

Секция «Математика и механика»

Об альфа-замкнутых классах функций алгебры логики.

Трущин Дмитрий Владимирович

Аспирант

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова,

Механико-математический факультет, Москва, Россия

E-mail: dimkatr@yandex.ru

Э. Пост [9, 10] получил полное описание семейства замкнутых относительно операции суперпозиции классов функций двужначной логики (см. также [7, 3, 4]). При этом им была доказана счетность множества таких классов. Напротив, известно [8], что семейство всех замкнутых классов многозначной логики имеет континуальную мощность. В связи с этим при их исследовании возникают многочисленные трудности. Один из возможных подходов к решению проблемы состоит в рассмотрении других операторов замыкания на множестве функций алгебры логики.

В докладе рассматривается задача о реализации функций алгебры логики альфа-формулами, т.е. формулами, в которых каждая подформула содержит не более одной нетривиальной главной подформулы (см. [1]).

Известно [5, 2], что не существует конечных альфа-полных систем булевых функций. Также известно [1, 5, 6], что для многозначных логик конечные альфа полные системы существуют.

В докладе для произвольной системы функций алгебры логики вводятся понятие альфа пополнения порядка r и понятие альфа замыкания. Получены критерии принадлежности произвольной функции альфа пополнению порядка r и альфа замыканию произвольной данной системы. На их основе показано, что система, содержащая специальную селекторную функцию альфа замкнута в том и только в том случае, когда она замкнута в обычном смысле.

Литература

1. Глухов М.М. Об альфа-замкнутых классах и альфа полных системах функций k -значной логики // Дискретная математика. 1989. Т. 1, вып. 1. С. 16-21.
2. Трущин Д.В. О глубине альфа-пополнений систем булевых функций // Вестник Моск. ун-та, Сер. 1. Математика. Механика. 2009. № 2. С. 72-75.
3. Угольников А.Б. Классы Поста. М.: Изд-во ЦПИ при мех.-мат. ф-те МГУ им. М.В. Ломоносова, 2008.
4. Угольников А.Б. О замкнутых классах Поста // Известия ВУЗов. Математика. 1988. № 7. С. 79-88.
5. Чернышов А.Л. Условия альфа-полноты систем функций многозначной логики // Дискретная математика. 1992. Т. 4, вып. 4. С. 117-130.
6. Шабунин А.Л. Примеры альфа-полных систем k -значной логики при $k = 3, 4$ // Дискретная математика. 2006. Т. 18, вып. 4. С. 45-55.

7. Яблонский С.В., Гаврилов Г.П., Кудрявцев В.Б. *Функции алгебры логики и классы Поста*. М.: Наука, 1966.
8. Янов Ю.И., Мучник А.А. О существовании k -значных замкнутых классов, не имеющих конечного базиса // Докл. АН СССР. 1959. 127, 1. С. 44-46.
9. Post E.L. Introduction to a general theory of elementary propositions // Amer. J. Math. 1921. 43, 3. 163-185.
10. Post E.L. Two valued iterative systems of mathematical logic // Annals of Math. Studies. Princeton-London: Princeton Univ. Press. 1941. 5. 122

Слова благодарности

Докладчик выражает искреннюю признательность А.Б.Угольникову за постановку задачи и обсуждение результатов работы.