Секция «Математика и механика»

Приближения нуля значениями целочисленных многочленов в кругах малой меры

Булгаков Иван Вылерьевич
Аспирант
Институт математики Национальной академии наук Беларуси, отдел теории чисел, Минск, Беларусь
E-mail: 1_ivan@inbox.ru

Нетрудно доказать [1], что при любом $Q \in \mathbb{N}$ неравенство

$$|P(z)| < c_1 Q^{\frac{n-1}{2}}$$

при подходящем $c_1 = c(n)$ имеет решения для любой точки $z \in K(z_0, r) \in \mathbb{C}$ среди полиномов $P(z) = a_n z^n + a_{n-1} z^{n-1} + \ldots + a_0 \in \mathbb{Z}[z]$, высоты $H(P) \leq Q$.

При решении ряда задач метрической теории диофантовых приближений необходимо рассматривать круги $K(z_0, r)$ $r = r(Q) \to 0$, при $Q \to \infty$. Далее μB - мера Лебега измеримого множества $B \subset \mathbb{C}$.

Теорема 1. При $w > \frac{n-1}{2}$ неравенство $|P(z)| < Q^{-w}$, $z \in K$ имеет решение на множестве $L_n(Q, w)$ и

$$\mu L_n(Q, w) < c_2 \max(Q^{-w + \frac{n-1}{2}} \mu K, Q^{-\frac{1}{4}} \mu K).$$

Теорема 1 позволяет дать оценку числа пар (α_1, α_2), корней полинома $P(z)$ вблизи любой поверхности $S(z)$ и получить разрешимость неравенства $T(z) = z^n + a_{n-1} z^{n-1} + \ldots + a_0$.

Ранее такие результаты были получены для целочисленных многочленов от действительной переменной. [2,3].

Литература

1. Спринджук В.Г. Проблема Малера в метрической теории чисел. Минск, 1967.

2. Bugeaud Y. Approximation by algebraic integers and Hausdorff dimention // J. London Math. Soc. (2) 65. 2002. P. 547-559.

3. Bernik V.I., Dodson M.M. Metric Diophantine approximation on manifolds. Cambridge, 1999.