

Секция «Математика и механика»

О транспортной модели с двумя светофорами

Руденко Игорь Викторович

Аспирант

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова,

Механико-математический факультет, Москва, Россия

E-mail: lestat87@list.ru

Рассмотрим следующую транспортную схему. Имеется два светофора. На первый из них поступает пуассоновский поток автомобилей интенсивности λ . После прохождения первого светофора автомобили попадают на второй светофор. Между светофорами может находиться не более k автомобилей. Время проезда автомобиля через светофор имеет показательное распределение с параметром ν . Считаем, что время, в течение которого на светофорах горит зеленый свет, имеет распределение Эрланга с параметрами (s_1, γ_1) , а время, в течение которого на светофорах горит красный свет, распределено по закону Эрланга с параметрами (s_2, γ_2) .

Мы будем рассматривать очередь перед первым светофором.

В работе получены следующие результаты:

1. Достаточные условия эргодичности для системы. Здесь мы используем результаты для циклических систем массового обслуживания, функционирующих в случайной среде, полученные в [1]. Достаточные условия эргодичности задаются следующим неравенством:

$$\lambda < \nu \left(\frac{s_1 \gamma_2}{s_2 \gamma_1 + s_1 \gamma_2} - p_k - r_k \right),$$

где $p_k = \lim_{t \rightarrow \infty} \mathcal{P}\{A(t) = k, e_1(t) = 1, e_2(t) = 1\}$, $r_k = \lim_{t \rightarrow \infty} \mathcal{P}\{A(t) = k, e_1(t) = 1, e_2(t) = 0\}$; $A(t)$ - число автомобилей между светофорами в момент времени t ; $e_i(t) = 1$, если в момент времени t на i -ом светофоре горит зеленый свет, $e_i(t) = 0$, если в момент времени t на i -ом светофоре горит красный свет.

2. Для частного случая $s_1 = s_2 = 1$ (время, в течение которого на светофорах горит зеленый и красный свет, имеет показательное распределение с параметрами γ_1 и γ_2 соответственно) найдена асимптотика вероятностей p_k и r_k при $k \rightarrow \infty$. В этой модели при $k \rightarrow \infty$ условия эргодичности задаются следующим неравенством:

$$\lambda < \nu \left(\frac{\gamma_2}{\gamma_1 + \gamma_2} - \frac{\gamma_2 + \frac{2\gamma_1\gamma_2\nu}{(\gamma_1 + \gamma_2)^2}}{(\gamma_1 + \gamma_2)(k + 1) + \nu \left(\frac{\beta + 2}{\beta + 1} - \alpha \right)} \right),$$

где α и β - константы, выражающиеся через параметры модели.

Литература

1. Афанасьева Л.Г. Системы массового обслуживания с циклическими управляющими процессами. Кибернетика и системный анализ, 2005, N1, с. 54-68.