Секция «Математика и механика»

Аналитическое решение задачи о течении Куэтта при неполной аккомодации тангенциального импульса молекул газа стенками канала

Лукашев Вячеслав Валерьевич

Аспирант

С(А)ФУ - Северный (Арктический) Федеральный Университет, институт строительства и архитектуры, Архангельск, Россия

E-mail: v.lukashev@agtu.ru

В рамках кинетического подхода в изотермическом приближении построено аналитическое (в виде ряда Неймана) решение задачи о течении Куэтта в плоском канале с бесконечными стенками. В качестве основного уравнения используется БГК (Бхатнагар, Гросс, Крук) модель кинетического уравнения Больцмана, а в качестве граничного условия - модель зеркально-диффузного отражения Максвелла [1]. Полагается, что стенки канала движутся в своих плоскостях в противоположные стороны со скоростями $\mathbf{u}$ и $-\mathbf{u}$. Течение носит стационарный характер, а скорость движения стенок канала много меньше скорости звука в газе. Тогда рассматриваемая задача допускает линеаризацию и сводится к решению уравнения

$$\mu\frac{\partial Z}{\partial x} + Z(x,\mu) = \frac{1}{\sqrt{\pi}}\int\limits_{-\infty}^{\infty} \exp(-\tau^2)Z(x,\tau)\,d\tau \qquad (1)$$

с граничными условиями

$$Z(d,\mu) = (1-q)Z(d,-\mu) + 2qU, \qquad \mu < 0, \qquad (2)$$

$$Z(-d,\mu) = (1-q)Z(-d,-\mu) - 2qU, \qquad \mu > 0. \qquad (3)$$

Общее решение исходного неоднородного интегро-дифференциального уравнения найдено в пространстве обобщенных функций. Подстановка граничных условий в общее решение приводит к системе двух связанных сингулярных интегральных уравнений с ядром типа Коши, которые после преобразования сводятся к краевой задаче Римана на действительной положительной полуоси. Коэффициенты в разложении решения задачи по собственным векторам дискретного спектра находятся из условия разрешимости построенной краевой задачи. Использование формул Сохоцкого-Племеля для нахождения коэффициентов в разложении решения задачи по собственным векторам непрерывного спектра приводит к интегральному уравнению Фредгольма второго рода, решение которого ищется в виде степенного ряда. С учетом полученного решения краевой задачи (1)-(3) получено аналитическое (в виде ряда Неймана) выражение для потока массы газа, приходящегося на единицу ширины канала. Проведено сравнение с аналогичными результатами, полученными численными методами.

Литература

1. Латышев А.В., Юшканов А.А. Аналитическое решения граничных задач для кинетических уравнений. М.: МГОУ. 2004.