

Секция «Математика и механика»

Свойства собственных и присоединенных функций одной индефинитной задачи Штурма-Лиувилля

Марков Виктор Гаврильевич

Аспирант

Северо-Восточный федеральный университет имени М.К. Аммосова, Институт математики и информатики, Якутск, Россия

E-mail: bntr@rambler.ru

Рассматриваются спектральные задачи вида

$$u'' = \lambda g(x)u, \quad u(-1) = u(1) = 0,$$

где $g(x)$ — вещественная функция, принимающая как положительные, так и отрицательные значения при $x \in (-1, 1)$. Задачи Штурма-Лиувилля с не знакоопределенной весовой функцией $g(x)$, а также эллиптические задачи такого вида, были предметом исследований многих авторов. Достаточно полная библиография может быть найдена в монографиях [1,2].

Пусть оператор $L = \frac{1}{g(x)} \frac{\partial^2}{\partial x^2}$ определен в весовом гильбертовом пространстве $E = L_{2,g}(-1, 1)$, где $g(x) \in L_1(-1, 1)$ и $xg(x) > 0$ почти всюду на $(-1, 1)$, с нормой

$$\|u\|_{L_{2,g}(-1,1)}^2 = \int_{-1}^1 |g(x)| |u(x)|^2 dx.$$

Область определения $D(L)$ оператора L состоит из функции $u(x) \in W_1^2(-1, 0) \cap W_1^2(0, 1)$ таких, что $Lu \in E$, $u(-1) = u(1) = 0$ и выполнены условия склеивания

$$\begin{pmatrix} u^-(0) \\ u'^-(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \omega \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u^+(0) \\ u'^+(0) \end{pmatrix}.$$

Будем предполагать, что определитель общей матрицы склеивания $\alpha\omega - \beta\gamma \neq 0$.

В работе рассматривается вопрос о базисности по Риссу собственных и присоединенных функций спектральной задачи с индефинитной метрикой в случае общей матрицы условий склеивания с постоянными действительными коэффициентами в точке. Найденно условие симметричности, доказана самосопряженность, сформулированы теоремы о разложении по собственным и присоединенным функциям соответствующей индефинитной спектральной задачи Штурма-Лиувилля.

Работа выполнена при поддержке аналитической ведомственной целевой программы «Развитие научного потенциала высшей школы (2009–2011 годы)», рег. номер проекта 2.1.1/13607

Литература

1. Пятков С.Г. Свойства собственных функций одной спектральной задачи и некоторые их приложения // Некоторые приложения функц. анализа к задачам математической физики. Новосибирск: ИМ СО АН СССР, 1986. С.65-84.
2. Егоров И.Е., Пятков С.Г., Попов С.В. Неклассические дифференциально-операторные уравнения. Новосибирск: Наука, 2000.