

**Излучение атома при взаимодействии с ультракоротким импульсом  
электромагнитного поля**

**Абикулова Наталья Вячеславовна\***

*аспирант*

**Есеев Марат Каналбекович**

*доцент, кандидат ф.-м. наук*

*Поморский Государственный Университет им. М. В. Ломоносова, Архангельск, Россия*

[natalya\\_abikulov@mail.ru](mailto:natalya_abikulov@mail.ru)

В данной работе исследуется переизлучение ультракороткого импульса атомами. Пусть ультракороткий импульс электромагнитного поля гауссовой формы [1] длительностью  $\tau$  взаимодействует с атомом, налетая на него. Будем считать, что длительность ультракороткого импульса меньше характерного атомного времени, тогда общей основой для рассмотрения вероятностей переизлучения импульса атомом является приближение внезапных возмущений [2], тесно связанное с приближением эйконала [3]. Тогда квадрат модуля матричного элемента факторизуется в виде произведения вероятности испускания фотона и вероятности возбуждения атома:

$$M_{n_0}^2 = |f_0(\omega)|^2 \left| \left[ \mathbf{E}_0 \times \mathbf{n} \right] a_{0n}(\mathbf{p}) + i \frac{\omega}{\omega_0} [\mathbf{k} \times \mathbf{n}] \mathbf{E}_0 \frac{\partial}{\partial \mathbf{p}} a_{0n}(\mathbf{p}) \right|^2,$$

где  $\omega_0$  – средняя частота налетающего ультракороткого импульса,  $\mathbf{k}_0$  – его волновой вектор,  $\mathbf{E}_0$  – амплитуда напряженности поля в ультракоротком электромагнитном импульсе,  $a_{0n}(\mathbf{p})$  – известная амплитуда перехода атома из начального состояния  $\varphi_0$  в какое-либо конечное состояние  $\varphi_n$  в результате действия внезапного возмущения  $V(t)$  без излучения фотона.  $f_0(\omega)$  – функция, задаваемая гауссовой формой импульса.

В итоге парциальные спектры были получены в виде:

$$\frac{d^2 W_{0n}}{d\Omega_k d\omega} = \frac{1}{(2\pi)^2 c^3 \omega} |f_0(\omega)|^2 \left| \left[ \mathbf{E}_0 \times \mathbf{n} \right] a_{0n}(\mathbf{p}) + i \frac{\omega}{\omega_0} [\mathbf{k}_0 \times \mathbf{n}] \mathbf{E}_0 \frac{\partial}{\partial \mathbf{p}} a_{0n}(\mathbf{p}) \right|^2,$$

где  $d\Omega_k$  – элементарный телесный угол, построенный в направлении  $\mathbf{n}$  вылета переизлученного фотона. Полученные спектры излучения могут позволить связать диаграммы направленности с вероятностью возбуждения атомов в различные состояния дискретного спектра. Также в работах [4],[5] предлагается использовать спектры переизлучения для проверки корректности волновых функций многоэлектронных атомов.

Список публикаций:

[1] Матвеев В. И. // ЖЭТФ. 2003. Т. 124. № 5(11). С. 1023.

[2] Дыхне А. М., Юдин Г. Л. // УФН. 1978. Т. 124. С. 377.

[3] Ландау Л. Д., Лившиц Е. М. // Квантовая механика. М.: Наука, 1989. 768 с.

[4] Есеев М. К., Матвеев В. И. // Оптика и спектроскопия, 2008, №6, принята в печать.

[5] Есеев М. К., Абикулова Н. В., Юлкова В. М., Тюкин Д. А. // Труды XII научной конференции молодых ученых и специалистов ОИЯИ «Перспективы развития нанотехнологий в ОИЯИ». 4 - 8 февраля 2008, в печати.

- Автор выражает признательность научному руководителю профессору, д.ф.-м.н. Матвееву В.И. за помощь в подготовке тезисов.

# Дисперсия нелинейных возбуждений в конденсате Бозе-Эйнштейна.

Андреев Павел Александрович<sup>1</sup>

физик

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия

E-mail: andrap@yandex.ru

## Введение

В последнее время представляет большой интерес исследование систем Бозе частиц при температурах порядка долей микрокельвина (1,2). При таких физических условиях Бозе атомы находятся в состоянии Бозе-Эйнштейновского конденсата (БЭК). Эффективным инструментом исследования физических свойств Бозе-Эйнштейновского конденсата является уравнение Гросса-Питаевского (Г.П.) (1). В частности оно позволяет исследовать линейную и нелинейную динамику элементарных возбуждений в БЭК. Из уравнения Г.П. без дополнительных предположений можно получить эквивалентную систему двух уравнений для концентрации и поля скоростей (1). С другой стороны, уравнения квантовой гидродинамики системы нейтральных слабо взаимодействующих Бозе частиц с короткодействующим взаимодействием находящихся в состоянии БЭК могут быть получены, исходя из многочастичного уравнения Шредингера тем же методом, что и уравнения квантовой гидродинамики для систем заряженных частиц со спином (3). Полученные таким образом в данной работе уравнения непрерывности и баланса импульса содержат поправочный член по сравнению с системой уравнений полученной из уравнения Г.П. и положены в основу исследования спектра и нелинейной динамики элементарных возбуждений в системе многих Бозе частиц ( $^{23}\text{Na}$ ,  $^{39}\text{K}$ ,  $^{87}\text{Rb}$ ) находящихся в состоянии БЭК. Система уравнений квантовой гидродинамики решается методом Крылова-Боголюбова-Митропольского, который в работе (4) обобщен на случай пространственно распределенной системы многих частиц.

Из полученных решений следует, что спектр элементарных возбуждений удовлетворяющих принципу суперпозиции, имеет вид:

$$\omega_0^2(k) = \frac{\hbar^2}{4m^2} k^4 - \frac{3\gamma m_0}{m} k^2.$$

Здесь

$$\gamma = \frac{4\pi}{3} \int r^3 \frac{\partial U(r)}{\partial r} dr.$$

В кубическом по амплитудам возбуждений приближении частота оказывается зависящей от квадрата амплитуды концентрации  $a$ :

$$\omega(k) = \omega_0(k) + A(a, k),$$

Причем нелинейный сдвиг частоты  $A(a, k)$  возбуждения с импульсом  $\hbar k$  оказывается равным

$$A(a, k) = -9 \frac{\omega_0}{n_0^2} a^2 k^2 \frac{\hbar^4 k^2 - 10 m n_0 \gamma \hbar^2 + 20 m^2 n_0^2 \gamma^2}{4 \hbar^2 (5 \hbar^2 k^2 - 12 m n_0 \gamma)}.$$

Эти результаты получены на основании системы уравнений содержащих взаимодействие частиц в виде тензора напряжений в первом порядке по радиусу взаимодействия. В следующем приближении по радиусу взаимодействия, как показывают вычисления, дисперсионное уравнение имеет вид:

---

<sup>1</sup> Автор выражает признательность профессору, д.ф.м.н. Кузьменкову Л.С. за помощь в подготовке тезисов.

$$\omega_0^2(k) = \left( \frac{\hbar^2}{4m^2} + \frac{3}{8} \frac{n_0 \gamma_2}{m} \right) k^4 - \frac{3\gamma m_0}{m} k^2$$

для линейных по амплитудам возмущений. В этом уравнении

$$\gamma_2 = \frac{4\pi}{15} \int r^5 \frac{\partial U(r)}{\partial r} dr.$$

Нелинейный сдвиг частоты  $A(a, k)$ ,

$$\omega(k) = \omega_0(k) + A(a, k),$$

в этом случае оказывается равным:

$$A(a, k) = -9 \frac{\omega_0}{n_0^2} a^2 k^2 \frac{\frac{1}{4} \hbar^4 k^2 + 15 m n_0 \gamma_2 \hbar^2 k^2 - \frac{5}{2} m n_0 \gamma \hbar^2 + m^2 n_0^2 \gamma_2^2 k^2 + 5 m^2 n_0^2 \gamma^2 - \frac{37}{8} m^2 n_0^2 \gamma \gamma_2}{(2\hbar^2 + 3m n_0 \gamma_2) \left( \frac{5}{2} \hbar^2 k^2 - 6m n_0 \gamma + \frac{15}{4} m n_0 \gamma_2 k^2 \right)}.$$

«Константы связи»  $\gamma, \gamma_2$  определяются градиентами потенциалов взаимодействия между частицами. Для потенциалов типа «жестких сфер»  $\gamma = -4\pi U_0 a^3 / 3, \gamma_2 = -4\pi U_0 a^5 / 15$ , где  $r_0$  - радиус взаимодействия,  $U_0$  - значение потенциала при  $r \leq r_0$ . Для потенциалов вида  $U = U_0 \exp(-r/r_0)/r$  будем иметь  $\gamma = -8\pi U_0 a^3, \gamma_2 = -32\pi U_0 a^5$ .

1. Dalfovo F., Giorgini S., Pitaevskii L.P., and Stringari S. (1999) Theory of Bose-Einstein condensation in trapped gases //Rev. Of Mod.Phys., Vol.71,p.463- 513.
2. Ozeri R., Katz N., Steinhauer J., and Davidson N. (2005) Bulk Bogoliubov exsitations in a Bose-Einstein condensate //Rev.of Mod.Phys., Vol.77,p.187-205.
3. Андреев П.А., Кузьменков Л.С. (2007) Об уравнениях эволюции коллективных явлений в системах фермионов //Известия Вузов. Физика. №12,стр.74-80.
4. Tidman D.A.,Stainer H.M. (1965) Frequency and Wavenumber Shifts for Nonlinear Waves in a “Hot” Plasma //The Physics of Fluids, Vol.8,№2,p.345-353.

# Инвариантный вид релятивистского преобразования скоростей<sup>2</sup>

**Баев Андрей Валерьевич**

аспирант

Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова,  
физический факультет, Москва, Россия  
andrewbayev@newmail.ru

## Введение и постановка задачи

Во многих статьях, книгах и учебниках по специальной теории относительности можно найти закон преобразования скоростей при изменении одной инерциальной системы отсчёта на другую [1–5]. Рассмотрим две инерциальные системы отсчёта  $K$  и  $K'$  и материальную точку  $M$ . Все величины в системе отсчёта  $K$  будем обозначать без штриха, а в системе  $K'$  со штрихом. Пусть система отсчёта  $K'$  движется относительно системы  $K$  поступательно со скоростью  $\mathbf{V}$ , и в момент времени  $t = 0$  было  $t' = 0$  и совпадали начала координат систем отсчёта  $K$  и  $K'$ . Пусть  $O$  и  $O'$  — начала координат этих систем отсчёта. Пусть материальная точка  $M$  движется в системе  $K$  с постоянной скоростью  $\mathbf{u}$ , а в системе  $K'$  её скорость равна  $\mathbf{u}'$ .

Рассмотрим случая, когда вектор  $\mathbf{V}$  параллелен оси  $Ox$  системы  $K$ , а соответствующие координаты в системах  $K$  и  $K'$  выбраны параллельно и сонаправлено друг другу, т.е. ось  $Ox$  и ось  $O'x'$  параллельны и сонаправлены, ось  $Oy$  и ось  $O'y'$  параллельны и сонаправлены, ось  $Oz$  и ось  $O'z'$  параллельны и сонаправлены. Для этого случая релятивистский закон преобразования скоростей был известен давно. Его можно найти в том числе и в приведённой литературе. Но до сих пор не было выписано явного вида преобразования скоростей для общего случая, когда вектор  $\mathbf{V}$  не обязательно параллелен оси  $Ox$ . В этом докладе представлен явный вид этого преобразования. Он имеет инвариантную форму: для его представления не используется проектирование на оси координат.

## Методика поиска результата

Представим скорость материальной точки в виде  $\mathbf{u} = \mathbf{u}_t + \mathbf{u}_n$ , где  $\mathbf{u}_n \perp \mathbf{V}$  и  $\mathbf{u}_t \parallel \mathbf{V}$ . Основная идея поиска инвариантной формы записи преобразования скоростей состоит в том, чтобы отдельно представить законы преобразования компонент  $\mathbf{u}_t$  и  $\mathbf{u}_n$ , причём сделать это сразу в инвариантном виде.

## Результат

Выпишем результат. Закон преобразования скоростей можно записать в таком виде:

$$\mathbf{u}' = \frac{\frac{\mathbf{V} \cdot (\mathbf{u} - \mathbf{V})}{V^2} \mathbf{V} + \frac{\sqrt{1 - V^2/c^2}}{V^2} [\mathbf{V} \times \mathbf{u} \times \mathbf{V}]}{1 - \mathbf{u} \cdot \mathbf{V} / c^2}. \quad (1)$$

Здесь  $V$  обозначает модуль вектора  $\mathbf{V}$ ,  $\mathbf{u} \cdot \mathbf{V}$  обозначает скалярное произведение векторов  $\mathbf{u}$  и  $\mathbf{V}$ , а  $[\mathbf{u} \times \mathbf{V}]$  — векторное произведение. Формула (1) имеет инвариантную форму: она выписана без использования проектирования на оси координат.

## Литература

1. Джексон Дж. Классическая электродинамика. М.: Мир, 1965.
2. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория поля. М.: Изд-во физико-математической литературы, 1962. 424 с.

<sup>2</sup> Доклад основан на результатах исследований, проведённых автором самостоятельно без поддержки грантов.

3. *Пановский В., Филлипс М.* Классическая электродинамика. М.: Физматгиз, 1963.
4. *Савельев И. В.* Курс Физики. Том 1. Механика. Молекулярная физика. М.: Наука, 1989. 352 с.
5. *Яворский Б. М., Детлаф А. А.* Физика: Для школьников старших классов и поступающих в вузы: Учебное пособие. М.: Дрофа, 1998. 800 с.

# Эффективное действие квантовой электродинамики в постоянном электромагнитном поле в расширенной стандартной модели

Бубнов Андрей Францевич<sup>3</sup>  
аспирант

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия

E-mail: [bfandrey@mail.ru](mailto:bfandrey@mail.ru)

Данная работа посвящена исследованию эффектов нарушения лоренц-инвариантности в рамках расширенной стандартной модели элементарных частиц. Эта модель, широко обсуждавшаяся в последнее время, представляет собой наиболее общую теорию, не нарушающую общих принципов КТП, которая следует в низкоэнергетическом пределе из таких фундаментальных теорий, как теория суперструн, квантовая гравитация и др. Таким образом, она дает феноменологическое описание при низких энергиях последствий тех эффектов, которые возможно имели место на планковских масштабах. Поэтому исследования в рамках данной модели являются перспективным методом поиска подтверждения указанных теорий.

Цель работы заключается в вычислении поправок к эффективному действию КЭД, связанных с наличием аксиально-векторного конденсата. Такой выбор весьма важен, так как до настоящего времени не получены достаточно строгие экспериментальные ограничения на величину временной компоненты параметра нарушения Лоренц-инвариантности по сравнению с другими параметрами расширенной стандартной модели.

Исследования проводились на основе метода собственного времени Фока-Швингера с точным учетом электромагнитного поля. Линейный по  $b^\mu$  (член Черна-Саймонса) вклад в 1-петлевое эффективное действие рассчитан для постоянного электромагнитного поля произвольного вида. Квадратичный по  $b^\mu$  вклад получен для конкретного случая постоянного и однородного поля.

В результате проделанной работы было показано, что слагаемого первого порядка по параметру нарушения не образуется и первый исчезающий член имеет второй порядок малости по этому параметру. Получен явный вид квадратичного по  $b^\mu$  вклада в эффективное действие для случая наличия только магнитного поля и отличной от нуля компоненты параметра  $b^0$ .

Полученные результаты, согласуются с частью работ, посвященных этой теме, и представляют интерес для решения принципиального вопроса о возможности генерации члена Черна-Саймонса за счет нарушения Лоренц-инвариантности, а также для оценки возможного нарушения Лоренц-инвариантности в КЭД.

## Литература

1. Y.A. Sitenko, K.Y. Rulik *On the effective lagrangian in spinor electrodynamics with added violation of Lorentz and CPT symmetries*, Arxiv/hep-th/02122007
2. V.A. Kostelecky *Lorentz-Violating Extension of the Standard Model*, Arxiv/hep-th/0106035, 2001
3. R. Bluhm *Lorentz and CPT Tests in QED*, Arxiv/hep-th/0011272
4. Guy Bonneau *Lorentz and CPT violations in QED: a short comment on recent controversies*, Arxiv/hep-th/0109105, 2001

---

<sup>3</sup>Автор выражает признательность научному руководителю профессору, д.ф. - м.н. Жуковскому В.Ч. за помощь в подготовке тезисов.

# Перенормируемое $1/N_f$ разложение для теорий поля в многомерном пространстве

*Казаков Дмитрий Игоревич, Вартанов Григорий Сергеевич*

аспирант

Объединенный Институт Ядерных Исследований, Лаборатория Теоретической Физики,  
Дубна, Россия

e-mail: [Vartanov@theor.jinr.ru](mailto:Vartanov@theor.jinr.ru)

## Введение

В последнее время стало популярным рассматривать теории поля в пространстве с дополнительными измерениями[1]. Такие модели являются хорошими кандидатами на роль Новой Физики за пределами Стандартной Модели. Данные модели обычно предполагают, что поля материи локализованы на четырехмерной бране, в то время как калибровочные поля могут распространяться во всем многомерном пространстве. Это означает, что у нас имеется, по крайней мере, при малых расстояниях многомерная квантовая теория поля. Однако, квантовая теория поля в многомерном пространстве, будучи неперенормируемой, является несамосогласованной, что означает, что мы не можем рассматривать физические процессы вне древесного приближения. Этот факт связан с тем, что константа связи перестает быть безразмерной, она приобретает отрицательную массовую размерность, что и ведет к неперенормируемости многомерной теории. В нашей предыдущей работе[2] мы пытались изучать ультрафиолетовые свойства в скалярной теории в многомерном пространстве и показали, что хотя и лидирующие расходимости зависят от однопетлевых диаграмм, но это не помогает в борьбе с ультрафиолетовыми расходимостями.

Нами было предложено использование известного метода  $1/N$  разложения[3] для формально неперенормируемых теорий в многомерном пространстве. Вместо исходного разложения по размерной константе связи мы строим разложение по  $1/N_f$ , где в случае калибровочных теорий  $N_f$ - это число ароматов кварков.

## $1/N_f$ разложение

В качестве примера возьмем лагранжиан КЭД[4] с  $N_f$  числом фермионных полей в пространстве  $D$  измерений, где  $D$  принимает произвольное нечетное число. Лагранжиан принимает следующий вид

$$L = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu}^2 - \frac{1}{2\alpha} (\partial_\mu A_\mu)^2 + \bar{\psi}_i (i\hat{d} - m)\psi_i + \frac{e}{\sqrt{N_f}} \bar{\psi}_i \hat{A} \psi_i,$$

где  $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$ .

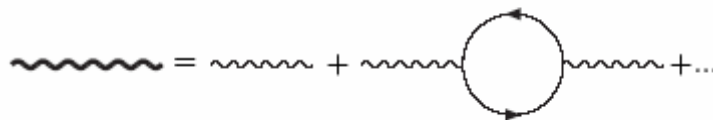


Рисунок 1. Однопетлевые диаграммы, дающие вклад в нулевом порядке по  $1/N_f$  разложению в пропагатор фотона.

Далее мы пересуммируем пропагатор фотона в лидирующем порядке по  $1/N_f$  разложению, ввиду поперечности поляризации оператора удобно использовать калибровку Ландау. Эффективный пропагатор фотона в лидирующем порядке есть сумма однопетлевых диаграмм, приведенных на рисунке, и после вычисления этой диаграммы принимает следующий вид

$$D_{\mu\nu} = -\frac{i}{p^2} \left( g_{\mu\nu} - \frac{p_\mu p_\nu}{p^2} \right) \frac{1}{1 + e^2 f(D) (-p^2)^{D/2-2}},$$

где

$$f(D) = \frac{\Gamma^2(D/2)\Gamma(2-D/2)}{2^{D-[D/2]-1}\Gamma(D)\pi^{D/2}}.$$

Удобно теперь поменять нормировку калибровочного поля  $A_\mu \rightarrow A_\mu/e$ , а также ввести новую безразмерную константу связи  $h$ , связанную только с тройным взаимодействием фермионов и калибровочного поля. Новая константа  $h$  нужна для мультипликативной перенормировки теории, а также обеспечивает выполнение ренорм-групповых уравнений для полюсных коэффициентов[5]. После всех выкладок эффективный лагранжиан принимает следующий вид[4]

$$L_{eff} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}\left(\frac{1}{e^2} + f(D)(\partial^2)^{D/2-2}(1+h)\right)F_{\mu\nu} - \frac{1}{2\alpha e^2}(\partial_\mu A_\mu)^2 + \bar{\psi}_i(i\hat{\partial} - m)\psi_i + \frac{\sqrt{h}}{\sqrt{N_f}}\bar{\psi}_i\hat{A}\psi_i.$$

В случае неабелевой калибровочной теории единственная разница появляется из-за вершин самодействия, которые также имеют петлевые поправки в лидирующем порядке по  $1/N_f$  разложению, что приводит к дополнительным членам в эффективном лагранжиане. Из вида эффективного пропагатора для фотона следует, что он убывает в Евклидовой области как  $1/(p^2)^{D/2-1}$ , что улучшает ультрафиолетовые свойства теории. Единственный тип диаграмм, которые имеют расходимости- это диаграммы собственной энергии фермиона и вершина взаимодействия. Оба типа диаграмм имеют логарифмические расходимости в любой пространстве с нечетным числом измерений. Пропагатор фотона не имеет собственных расходимостей, а может содержать только расходимости в подграфах. Следовательно, из-за тождества Уорда в КЭД бэта-функция равна нулю, а для неабелевой калибровочной теории в лидирующем порядке по  $1/N_f$  разложению она принимает следующее выражение[4]

$$\beta(h) = \frac{-\Gamma(D)(D-1)C_A \frac{h^2}{(1+h)^2}}{2^{[D/2]+2}\Gamma(2-D/2)\Gamma(D/2+1)\Gamma^2(D/2)N_f T}.$$

Из этой формулы видно, что  $\beta(h)>0$  для  $D=5,9,\dots$  и  $\beta(h)<0$  для  $D=7,11,\dots$ . Следовательно, мы имеем асимптотическую свободу для размерностей пространства  $D=7,11,\dots$

### Заключение

Используя  $1/N_f$  разложение мы построили перенормируемое разложение для формально перенормируемых теорий в многомерном пространстве. Было показано, что имеются только логарифмические расходимости, и все расходимости могут быть поглощены в перенормировку волновых функций фермионов и константы связи.

Работа поддержана грантом РФФИ # 05-02-17603. Вартаков Григорий выражает благодарность фонду «Династия» за финансовую поддержку.

### Литература

1. N.Arkani-Hamed, S.Dimopoulos, and G.R.Dvali, Phys.Lett. **B429**, (1998) 263. I.Antoniadis, N.Arkani-Hamed, S.Dimopoulos, and G.R.Dvali, Phys.Lett. **B436**, (1998) 257; L.Randall and R.Sundrum, Phys.Rev.Let. **83**, (1999) 3370; Phys.Rev.Let. **83**, (1999) 4690.
2. D.I.Kazakov and G.S.Vartanov, J.Phys.A:Math.Gen. **39** (2006) 8051.
3. И.Я.Арефьева, ТМФ **29**, (1976) 147; ТМФ **31**, (1977) 3. E. Tomboulis, Phys.Lett. **B70**, (1977) 361; Phys.Lett. **B97**, (1980) 77.
4. D.I.Kazakov and G.S.Vartanov, JHEP **06**, (2007) 081; hep-th/0607177; hep-th/0702004.
5. G.t'Hoof, Nucl. Phys. **B61**, (1973) 455.



## Индукцированный член Черна-Саймонса в расширенной стандартной модели Венедиктов Артур Павлович

аспирант

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия

E-mail: [apven@yandex.ru](mailto:apven@yandex.ru)

Изучение низкоэнергетических приближений фундаментальных теорий, таких, как теория струн, приводит к моделям, в которых нарушается лоренц-инвариантность. Наиболее известной из них является расширенная стандартная модель, включающая в себя большинство возможных вариантов такого нарушения [1,2].

Частью этой модели является расширенная электродинамика с аксиально-векторным членом. Соответствующий фермионный лагранжиан имеет вид:

$$L = \bar{\Psi} (i\hat{\partial} - e\hat{A} - m - \hat{b}\gamma_5) \Psi,$$

где  $A_\mu$  описывает взаимодействие с квантованным электромагнитным полем, а  $b_\mu$  – постоянный 4-вектор, описывающий аксиально-векторный конденсат.

Важной проблемой в этой теории является возможность появления члена Черна-Саймонса  $\frac{1}{2}c_\mu \varepsilon^{\mu\alpha\beta\gamma} F_{\alpha\beta} A_\gamma$  при учете радиационных поправок. В низшем порядке по  $b_\mu$  величина индуцированного члена Черна-Саймонса определяется выражением:  $b^\mu T_{\kappa\lambda\mu}(-p, p) \Big|_{p^2=0}$ , где  $T_{\kappa\lambda\mu}(p_1, p_2) = S_{\kappa\lambda\mu}(p_1, p_2) + S_{\lambda\kappa\mu}(p_2, p_1)$  – сумма двух однопетлевых треугольных диаграмм с одной аксиальной и двумя векторными вершинами. Именно эти диаграммы возникают при вычислении треугольной аномалии [3-5]. Расчет с помощью правил Фейнмана приводит к выражению, содержащему линейно расходящиеся интегралы, что обычно рассматривается как причина появления существенной неоднозначности в окончательном результате. В случае аномалии, стандартный способ устранения этой неоднозначности и получения определенного результата основан на сохранении векторного или аксиального тока. Хорошо известно, что невозможно добиться сохранения обоих токов, но, выбрав одну из симметрий, мы получаем однозначный результат.

При вычислении диаграмм в расширенной электродинамике, в отличие от обычной аномальной диаграммы с ненулевой передачей импульса, требование калибровочной инвариантности не позволяет получить определенное значение для рассматриваемых диаграмм [6]. Непертурбативный подход к этой проблеме, предложенный в работе [7], оказался математически некорректным [8,9], так что вопрос все еще остается открытым. В нашем подходе для вычисления этих диаграмм мы используем трансляционную инвариантность. Это позволяет устранить неоднозначность и получить определенный результат.

Мы должны определить значение следующего интеграла:

$$S_{\kappa\lambda\mu}(-p, p) = \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{\text{tr}(\gamma_\kappa (\hat{k} + \hat{p} + m) \gamma^5 \gamma_\mu (\hat{k} + \hat{p} + m) \gamma_\lambda (\hat{k} + m))}{((k+p)^2 - m^2)^2 (k^2 - m^2)}.$$

Этот интеграл является плохо определенным, поэтому для получения окончательного результата с требуемыми свойствами необходима специальная процедура. Выполним формальное преобразование интеграла, сдвигая импульс интегрирования. В силу лоренц-инвариантности сдвиг должен иметь вид:  $k_\mu \rightarrow k_\mu + x p_\mu$ , где  $x$  – константа, независящая от внешнего импульса  $p$ .

Аналитичность результата по  $p$  позволяет разложить выражение под знаком интеграла в степенной ряд. Оценка степени расходимости слагаемых показывает, что только первые два приводят к расходящимся интегралам, так что достаточно

сохранить лишь слагаемые, не более чем линейные по  $p$ . Интеграл от первого из них необходимо положить равным нулю, поскольку мы накладываем условие лоренц-инвариантности. При интегрировании второго слагаемого заменим  $k_\alpha k^\beta$  на  $k^2 \delta_\alpha^\beta / 4$  и  $k_\mu k^\beta$  на  $k^2 \delta_\mu^\beta / 4$ , после чего получим следующее выражение:

$$S_{\kappa\lambda\mu}(-p, p)\Big|_{p^2=0} = 4i(x+2)\varepsilon_{\kappa\lambda\mu\alpha} p^\alpha \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \left( \frac{1}{(k^2 - m^2)^2} - \frac{k^2}{(k^2 - m^2)^3} \right).$$

Из требования трансляционной инвариантности следует, что результат не может зависеть от  $x$ , поэтому мы должны положить в данном выражении интеграл равным нулю. Это автоматически обнуляет и выражение в целом, так что индуцированный член Черна-Саймонса исчезает.

Интересно заметить, что формальное вычисление приведенного выражения позволяет привести его к виду:

$$S_{\kappa\lambda\mu}(-p, p)\Big|_{p^2=0} = -\frac{1}{8\pi^2} (x+2)\varepsilon_{\kappa\lambda\mu\alpha} p^\alpha,$$

который, при соответствующем выборе  $x$ , воспроизводит результаты, полученные ранее различными авторами. Так, например, результат работ [7,10] можно представить в виде:

$$T_{\kappa\lambda\mu}(-p, p)\Big|_{p^2=0} = S_{\kappa\lambda\mu}(-p, p)\Big|_{p^2=0}^{x=0} + S_{\kappa\lambda\mu}(-p, p)\Big|_{p^2=0}^{x=-1} = -\frac{3}{8\pi^2} \varepsilon_{\kappa\lambda\mu\alpha} p^\alpha.$$

Итак, мы показали, что требование трансляционной инвариантности устраняет неоднозначность в выражении для индуцированного члена Черна-Саймонса в расширенной электродинамике и позволяет получить для него определенное значение.

### Литература

1. D. Colladay, V.A. Kostelecky, Phys. Rev. **D55**, 6760 (1997).
2. D. Colladay, V.A. Kostelecky, Phys. Rev. **D58**, 116002 (1998).
3. J.S. Bell, R. Jackiw, Nuovo Cimento **A60**, 47 (1969).
4. S. Adler, Phys. Rev. **177**, 2426 (1969).
5. B.L. Ioffe, Int. J. Mod. Phys. **A21**, 6249 (2006).
6. R. Jackiw, Int. J. Mod. Phys. **B14**, 2011 (2000).
7. R. Jackiw, A. Kostelecký, Phys. Rev. Lett. **82**, 3572 (1999).
8. G. Bonneau, Nucl. Phys. **B593**, 398 (2001).
9. G. Bonneau, Nucl. Phys. **B764**, 83 (2007).
10. M. Perez-Victoria, Phys. Rev. Lett. **83**, 2518 (1999).

## Мезоскопический суперсолид: двумерная система взаимодействующих диполей в ловушке

Голомедов Алексей Евгеньевич, Лозовик Юрий Ефремович

Студент, МГУ им. М.В. Ломоносова E-mail: [golomedov@gmail.com](mailto:golomedov@gmail.com)  
Заведующий лабораторией института спектроскопии, профессор  
Институт спектроскопии РАН, Московская обл., Троицк, Россия  
E-mail: [lozovik@gmail.com](mailto:lozovik@gmail.com)

При помощи диффузионного Монте-Карло изучается двумерная система бозонов, обладающих параллельными дипольными моментами  $d$  и помещенных во внешнее поле  $U(x) \propto x^2$ . Интересной реализацией такой модели является система непрямых экситонов в связанных квантовых ямах. При низких температурах электрон и дырка из разных квантовых ям могут образовать связанное состояние – экситон. В основном состоянии такой экситон будет обладать дипольным моментом  $d_e = eD$ , здесь  $D$  - расстояние между квантовыми ямами. Внешний потенциал в такой системе может быть введен при помощи неоднородного электрического поля или при помощи введения примесей.

Другим примером, может являться система бозе атомов с дипольным моментом, наведенным однородным электрическим полем и помещенных в сильно анизотропную, практически двумерную, ловушку.

Гамильтониан системы имеет вид:

$$H = \sum_i^N \left( -\frac{\hbar^2}{2m_{eff}} \nabla_i^2 + \frac{m_{eff} \omega^2}{2} r_i^2 \right) + \sum_{i < j}^N \frac{d_{dip}^2}{r_{ij}^3},$$

где  $m_{eff}$  - эффективная масса экситона,  $d_{dip}$  - дипольный момент частиц,  $\omega$  - частота ловушки. Вводя характерную длину  $r_0 = \sqrt{\hbar / m_{eff} \omega}$  и энергию  $E_0 = \hbar \omega$ , можно получить для гамильтониана:

$$H = \sum_i^N \left( -\frac{1}{2} \nabla_i^2 + \frac{1}{2} r_i^2 \right) + \sum_{i < j}^N \frac{d}{r_{ij}^3},$$

где введен безразмерный параметр  $d = d_{dip}^2 / E_0 r_0^3$ , который представляет собой константу взаимодействия между экситонами.

Другим параметром задачи является число частиц. Ввиду достаточной вычислительной сложности задачи разумные значения для этого параметра лежат в пределах от нескольких десятков до нескольких сотен. Поэтому изучаемая система является мезоскопической.

Методом диффузионного Монте-Карло найдено радиальное распределение частиц в ловушке. Вычислена, также, волновая функция конденсата и доля частиц в конденсате с помощью расчета одночастичной матрицы плотности.

Было обнаружено, что при достаточно большом дипольном моменте  $d$  в радиальном распределении проявляется оболочечная структура, которая соседствует с конденсатом. Таким образом, образуется мезоскопический суперсолид.

Для конденсата было обнаружено несколько эффектов. Во-первых, это эффект вымывания конденсата – снижение доли частиц в конденсате при росте взаимодействия. Во-вторых – эффект вытеснения конденсата к краям ловушки. Так, при отсутствии взаимодействия, конденсат практически полностью сосредоточен в центре ловушки, а при  $d$  равном 30, конденсат смещен к краям распределения. При достаточно сильном взаимодействии (большом  $d$ ) в пространственной структуре конденсата начинает проявляться оболочечная структура распределения частиц.

## Влияние кратных столкновений и молекулярной структуры на торможение тяжёлых ионов на молекулярных мишенях<sup>4</sup>

*Гусаревич Евгений Степанович*

*доцент, к.ф.-м.н.*

*Поморский государственный университет имени М.В. Ломоносова, физический факультет, Архангельск, Россия*

*gusarevich.eugeny@pomorsu.ru*

Обычно расчёты потерь энергии быстрыми заряженными частицами проводятся для столкновений со сферически-симметричными одноатомными мишенями. В последнее время проявляется значительный экспериментальный и теоретический интерес к неупругим процессам, сопровождающим столкновения тяжёлых ионов с молекулярными мишенями. При этом часто в качестве снарядов используются быстрые и релятивистские ионы настолько больших зарядов, что теория возмущений оказывается неприменимой ни при каких энергиях столкновения. В настоящей работе на основе приближения эйконала проведены расчёты потерь энергии быстрых тяжёлых ионов при столкновениях с двухатомными молекулами. Электронная плотность в атомах, составляющих молекулу, описывалась моделью Дирака-Хартри-Фока-Слэтера, позволяющей представить её в аналитическом виде.

Рассмотрим потери энергии быстрого тяжёлого водородоподобного иона на возбуждение его электронных оболочек при столкновении с покоящейся двухатомной молекулой. Для расчёта торможения воспользуемся приближением эйконала и приближением больших параметров удара [1], тогда получим

$$\kappa = \frac{1}{2} \int q^2(\mathbf{b}) d^2\mathbf{b}, \quad (1)$$

где  $\mathbf{b}$  – параметр удара иона,  $\mathbf{q} = \mathbf{q}_1 + \mathbf{q}_2$ , а  $\mathbf{q}_j$  имеет смысл импульса, передаваемого электрону иона со стороны  $j$ -го атома молекулы. Подставляя  $\mathbf{q} = \mathbf{q}_1 + \mathbf{q}_2$  в (1), получим

$\kappa = \kappa_1 + \kappa_2 + \Delta\kappa$ , где  $\kappa_j = \frac{1}{2} \int q_j^2 d^2\mathbf{b}$  – торможение иона отдельно на  $j$ -м атоме молекулы,  $\Delta\kappa = \int \mathbf{q}_1 \mathbf{q}_2 d^2\mathbf{b}$  – поправка, описывающая разницу между торможением иона на всей молекуле в целом и отдельно на каждом её атоме. Обычно считают, что  $\Delta\kappa$  мало и рассматривают торможение иона только на отдельных атомах молекулы. Однако, если молекула, например, состоящая для простоты из одинаковых атомов, будет каким-либо образом ориентирована вдоль направления движения иона, то тогда:  $\mathbf{q}_1 = \mathbf{q}_2$ ,  $\Delta\kappa = 2\kappa_1 = 2\kappa_2$ . Тогда относительная поправка, определяющая вклад молекулярной структуры и кратных столкновений в процессы потерь энергии ионом, будет равна  $\chi = \Delta\kappa / (\kappa_1 + \kappa_2) \sim 1$ , что говорит об обязательной необходимости учёта вышеуказанных эффектов при расчёте торможения иона на молекулах, особенно в случаях наличия ориентационных воздействий на них.

Результаты работы легко обобщаются и на случай, когда ион имеет не один, а  $N$  электронов. Тогда общее торможение иона может быть рассчитано как  $\kappa_N \approx N\kappa$ .

### Литература

1. Матвеев В. И., Гусаревич Е. С. (2001) Потери энергии при столкновениях релятивистских структурных тяжёлых ионов с атомами // Известия высших учебных заведений. Физика. Т. 44, № 8, С. 59-62.

<sup>4</sup> Работа выполнена при финансовой поддержке фонда ИНТАС "GSI – INTAS Call 2006" (INTAS Ref. Nr 06-1000012-8530) и РФФИ (Шифр гранта 08-02-98801-р\_север\_а).

**Элементарные коллективные возбуждения в системе бозе-эйнштейновских  
конденсированных 2D магнитоэкситонов.**

**Думанов Евгений Викторович, Колун Сергей Васильевич**

Институт Прикладной Физики АНМ, Кишинев, Р.Молдова

Email: [dum@phys.asm.md](mailto:dum@phys.asm.md)

Мы предполагаем, что электроны и дырки расположены на нижайших уровнях Ландау (НУЛ) с фактором заполнения  $\nu^2 < 1$ , и пренебрегаем влиянием возбужденных уровней Ландау. Была введена однооператорная двухчастичная функция Грина на основе операторов описывающих колебания плотности электронов и дырок. Колебания электронно-дырочной системы(e-h) могут быть симфазными и противофазными. Были получены уравнения движения для однооператорных функций Грина, которые ведут к появлению более сложных многооператорных функций Грина. Были получены цепочки уравнений движения для многооператорных функций Грина, при этом использовался метод основанный на расцепления этих цепочек.

Для описания внутри уровневых возбуждений мы используем теорию возмущения по малому параметру. Он выражается через фактор заполнения и отражает принцип исключения Паули и имеет вид  $\nu^2(1-\nu^2)$ , где  $\nu^2$  - фактор заполнения нижайшего уровня Ландау ( $0 < \nu^2 < 1$ ). Такого типа параметры характерны для теории Бозе-газов. При факторе заполнения  $\nu^2 = 1$  могут появиться возбуждения между НУЛами и более высокими уровнями возбуждения, этот вопрос не был изучен. Поправками более высокого порядка теории возмущения пренебрегли. Цепочки уравнений для функций Грина расцепляются таким образом, что трехоператорные функции Грина выражаются через однооператорные, умноженные на среднее значение от произведения остальных двух операторов по основному состоянию системы.

Было получено сложное дисперсионное уравнение, которое определяет три связанные энергетические ветви. Две из них описывают возбуждения БЭК магнитоэкситонов, а третья ветвь относится к акустическим плазмонам.

$$\Sigma_{11}(\vec{K} + \vec{q}, \omega)\Sigma_{22}(\vec{K} + \vec{q}, \omega)\Sigma_{44}(\vec{K} + \vec{q}, \omega) - 2\eta^2(\Sigma_{11}(\vec{K} + \vec{q}, \omega) + \Sigma_{22}(\vec{K} + \vec{q}, \omega)) = 0$$

Было изучено БЭК на одночастичное состояние экситона с безразмерным волновым вектором  $kl \approx 3,6$ , так как в этих условиях метастабильная диэлектрическая жидкость имеет минимальную энергию и положительную сжимаемость при факторе заполнения  $\nu_m^2 \approx 0,28$ .

Работа выполнена при финансовой поддержке фонда CRDF-MRDA, номер проекта MYSSP – 1401.

## Конформная инвариантность полностью Лей-Штрасслер деформированной N=4 суперсимметричной теории Янга-Миллса.

***Борк Леонид Владимирович, Вартанов Григорий Сергеевич, Жибоедов Александр Валерьевич, Казаков Дмитрий Игоревич***

*студент, аспирант, студент, доктор наук*

*Московский инженерно-физический институт, Москва, Россия*

*Объединенный Институт Ядерных Исследований, Дубна, Россия*

*Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия*

*Объединенный Институт Ядерных Исследований, Дубна, Россия*

E-mail: [BorkLeonid@yandex.ru](mailto:BorkLeonid@yandex.ru) [vartanov@theor.jinr.ru](mailto:vartanov@theor.jinr.ru) [zhiboedv@theor.jinr.ru](mailto:zhiboedv@theor.jinr.ru)  
[kazakovd@theor.jinr.ru](mailto:kazakovd@theor.jinr.ru)

### Введение

В последнее время большое внимание уделяется N=4 суперсимметричной теории Янга-Миллса (СЯМ)

$$S = \int d^8z \text{Tr}(e^{-gV} \bar{\Phi}_i e^{gV} \Phi_i) + \frac{1}{2g^2} \int d^6z \text{Tr}(W^\alpha W_\alpha) + \int d^6z W + h.c$$

$$W_{N=4 \text{ СЯМ}} = ig[\text{Tr}(\Phi_1 \Phi_2 \Phi_3) - \text{Tr}(\Phi_1 \Phi_3 \Phi_2)]$$

и её различным деформациям, в частности, исследовавшейся в работе, деформации Лея-Штрасслера

$$W_{\text{ЛШ}} = i[h_1 \text{Tr}(\Phi_1 \Phi_2 \Phi_3) - h_2 \text{Tr}(\Phi_1 \Phi_3 \Phi_2) + \frac{h_3}{3} \sum_{i=1}^3 \text{Tr}(\Phi_i^3)]$$

Эти деформации приводят к менее суперсимметричным теориям, однако, наследующим некоторые привлекательные свойства изначальной N=4 СЯМ теории, а именно конформную инвариантность и конечность, интегрируемость в планарном пределе а также её связь с дуальной теорией струн через АдС/КТП соответствие. Наличие известной дуальной теории струн позволяет исследовать теорию в непертурбативном режиме.

### Результаты

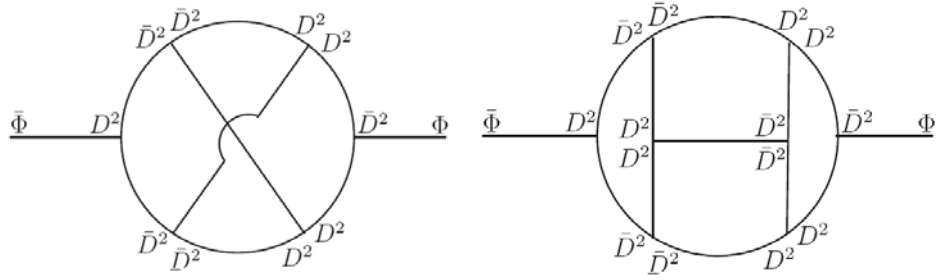
В работе рассматривается полностью Лей-Штрасслер деформированная N=4 суперсимметричная теория Янга-Миллса и ищутся условия, при которых теория будет конформно инвариантна и конечна. Используя пертурбативную подстройку констант связи, в работе строится семейство теорий, которые являются конформными до трех петель в непланарном пределе

$$\begin{aligned} & (1 - \frac{2}{N^2})(|h_1|^2 + |h_2|^2) + \frac{2}{N^2}(h_1 \bar{h}_2 + h_2 \bar{h}_1) + (1 - \frac{4}{N^2})|h_3|^2 = \\ & = g^2 \left( 2 - \frac{\zeta_3}{128} G_{31}^\Sigma \varepsilon^2 - \frac{2\zeta_3}{128} G_{31}^\Sigma \frac{g^2 N}{16\pi^2} \varepsilon + \frac{18\zeta_3}{128} G_{31}^\Sigma \left(\frac{g^2 N}{16\pi^2}\right)^2 \right) \end{aligned}$$

и до четырех петель в планарном пределе

$$|h_1|^2 + |h_2|^2 + |h_3|^2 = g^2 \left( 2 + \frac{5\zeta_5}{18} G_{41}^\Sigma \varepsilon^3 + \frac{5\zeta_5}{3} G_{41}^\Sigma \left(\frac{g^2 N}{16\pi^2}\right) \varepsilon^2 + 5\zeta_5 G_{41}^\Sigma \left(\frac{g^2 N}{16\pi^2}\right)^2 \varepsilon + 10\zeta_5 G_{41}^\Sigma \left(\frac{g^2 N}{16\pi^2}\right)^3 \right)$$

где  $G_{31}^\Sigma = G_{31}^\Sigma(h_1, h_2, h_3)$  и  $G_{41}^\Sigma = G_{41}^\Sigma(h_1, h_2, h_3)$  - функции, вычисленные, соответственно, из диаграмм



Помимо нахождения условий конечности и конформности в работе были обнаружены решения, для которых однопетлевые условия конформности, по всей видимости, являются точными. Часть их этих решений, а именно

$$\begin{cases} h_1 = g(a-b) \\ h_2 = g(a+b) \\ h_3 = 2gb \end{cases}$$

являются унитарно эквивалентными действительным  $\beta$ -деформированным ( $h_3 = 0$ )  $N=4$  суперсимметричным теориям Янга-Миллса. Однако другие являются подлинно новыми:

$$W_* = ih[q \text{Tr}(\Phi_1 \Phi_2 \Phi_3) - \frac{1}{q} \sum_{i=1}^3 \frac{\text{Tr}(\Phi_i^3)}{3}], \text{ где } |h|^2 = g^2, |q| = 1, q \neq e^{\frac{i\pi}{3}}.$$

Представляется интересной интерпретация этих решений со стороны теории струн, а именно построение дуальной струнной теории. Работа поддержана грантом РФФИ # 05-02-17603.

### Литература

1. L. V. Bork, D. I. Kazakov, G. S. Vartanov, A. V. Zhiboedov, Conformal invariance in the Leigh-Strassler deformed  $N=4$  SYM theory, (2007), hep-th/0712.4132
2. J.A.Minahan and K.Zarembo, The Bethe ansatz for  $N=4$  super Yang-Mills, JHEP 0303, 013 (2003), hep-th/0212208.
3. J.M. Maldacena, The Large  $N$  limit of superconformal field theories and supergravity, Adv.Theor.Math.Phys. 2 (1998) 231; Int.J.Theor.Phys. 38 (1999) 1131;
4. S.S. Gubser, I.R. Klebanov and A.M. Polyakov, Gauge theory correlators from noncritical string theory, Phys.Lett. B428 (1998) 105;
5. E.Witten, Anti-de Sitter space and holography, Adv.Theor.Math.Phys. 2 (1998) 253.
6. O. Lunin and J. Maldacena, Deforming field theories with  $U(1) \times U(1)$  global symmetry and their gravity duals, JHEP 0505 (2005) 033.
7. A.V. Ermushev, D.I. Kazakov and O.V. Tarasov, Construction of finite  $N=1$  supersymmetric Yang-Mills theories, Preprint JINR E2-85-794, Dubna 1985;
9. D.I.Kazakov and L.V.Bork, Conformal invariance = finiteness and beta deformed  $N=4$  SYM theory, JHEP 0708 (2007) 071, arXiv:0706.4245.
10. R.G. Leigh and M.J. Strassler, Exactly marginal operators and duality in fourdimensional  $N=1$  supersymmetric gauge theory, Nucl.Phys. B447 (1995) 95.

# Нелинейные уравнения, линеаризуемые с помощью обобщенных подстановок Коула-Хопфа и точно интегрируемые модели течений сжимаемой жидкости

*Зиновьев Дмитрий Александрович*

*магистрант*

*Ульяновский государственный университет, Ульяновск, Россия*

*E-mail: zinovjev\_d@mail.ru*

В теории нелинейных волновых процессов хорошо известным фактом является интегрируемость уравнения Бюргерса с помощью подстановки Коула-Хопфа (см., например, [1,2]).

В работе [3], был предложен новый подход к линеаризации большого класса нелинейных уравнений на основе метода, использующего подстановки типа Коула-Хопфа. Этот подход опирается на результат, полученный ранее в работе [4], который “объясняет” с достаточно общих позиций смысл наличия подстановки Коула-Хопфа для уравнения Бюргерса. Основной смысл этого результата состоит в том, что уравнение Бюргерса является условием совместности семи линейных алгебраических уравнений относительно первых семи смешанных частных производных функции  $T(x,t)$ , являющейся решением уравнения теплопроводности:  $T_t = aT_{xx}$  и переноса изолиний:  $T_t + V(x,t)T_x = 0$ . Здесь и далее введены обозначения:  $T_t = \partial T/\partial t$ ,  $T_{xx} = \partial^2 T/\partial x^2$  и т.д. В данной работе мы показываем, что этот результат можно обобщить и применить к построению более широкого класса нелинейных уравнений, линеаризуемых с помощью подстановки:  $V = -T_x/T_x$  типа Коула-Хопфа. В частности показано, что существуют бесконечные цепочки нелинейных уравнений, которые линеаризуются указанной подстановкой, которую далее мы будем называть подстановкой Коула-Хопфа-Урюкова.

Получена система уравнений, которую можно рассматривать как уравнения динамики пыли, поскольку именно пыль имеет уравнение состояния  $p = 0$ . Такого типа задачи возникают в астрофизике при анализе динамики пылевых облаков. Эту модель можно сделать более пригодной для астрофизических приложений. Именно, для этого следует предположить, что материя представляет собой смесь газа и пыли, причем плотность газа дает малый вклад в общую плотность вещества. Давление в такой смеси целиком определяется газовой составляющей. В этом случае, можно рассмотреть ситуацию, когда вся система находится в собственном поле тяготения в состоянии гидростатического равновесия. В этом случае, к системе уравнений следует добавить уравнение гидростатического равновесия и уравнение Пуассона:

Развитый подход линеаризации нелинейных уравнений с помощью подстановок типа Коула-Хопфа-Урюкова в приложении к задачам одномерных течений сжимаемой жидкости, как было показано в работе [5], дает общее представление о структуре решений этих уравнений. С помощью этого подхода получен общий первый интеграл этих уравнений и для частных случаев указаны общие решения этих уравнений. Важным результатом этого явилось, то что в работе найден аналог уравнения Бюргерса для сжимаемой вязкой жидкости и указан метод вычисления точных его решений. Предложенный подход может быть распространен на более широкий класс уравнений гидродинамического типа и применен в частности, как было показано в работе на простом примере, к задачам прикладной динамики газопылевых смесей. Дальнейшее развитие предложенного в работе подхода предполагает построение многомерных и матричных аналогов и их применение для решения уравнений гидродинамического типа.

## Литература

- [1] J.M.Burgers. The nonlinear diffusion equation. Dordrecht, Holland: D. Reidel Publisher Company, 1974
- [2] Дж. Узем. Линейные и нелинейные волны. М.: Мир, 1978
- [3] Журавлев В.М., Никитин А.В. Нелинейный мир, , N 9, 603 (2007)
- [4] Б.А. Урюков, Теплофизика и аэромеханика. , N 3, 421 (1999)
- [5] Журавлев В.М., Зиновьев Д.А., Письма в ЖЭТФ, том 87, вып. 5 (2008).



## **Аномальный магнитный момент электрона в КЭД(3) с членом Черна-Саймонса**

*Литвинов Дмитрий Александрович, аспирант*

*Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия*

*E-mail: dalitvinov@mail.ru*

Одной из особенностей (2+1)-мерного пространства-времени является существование нового типа калибровочной теории, связанной с возможностью добавления к стандартному лагранжиану калибровочного поля так называемого члена Черна-Саймонса [1]. Это дополнительное слагаемое приводит к тому, что калибровочное поле приобретает массу, при этом калибровочная инвариантность теории не нарушается. Введение в теорию взаимодействующего с калибровочным полем («фотонов») фермионного «электронного» поля материи, ставит проблему изучения свойств такого «электрона».

В обычном пространстве-времени (3+1) измерений аномальный магнитный момент (АММ) электрона (в вакууме) является одной из наиболее точно известных констант природы. Теоретический расчет этой важной величины в рамках квантовой электродинамики, находящийся в прекрасном согласии с экспериментом, показывает, что безразмерное число  $(g - 2)$  весьма мало. Численное значение аналогичной величины в (2+1) измерениях (также в вакуумном случае) может быть, напротив, произвольно большим в зависимости от величины нового массового параметра теории  $M$  (массы «фотона»).

В 80-90х годах прошлого века было потрачено много усилий, направленных на учет влияния на величину АММ электрона факторов внешней среды: температуры, плотности, а также внешнего магнитного поля [2]. В теории же КЭД(3)+ЧС до недавнего времени был изучен [3] лишь случай ненулевой температуры. Расчеты показали существенно различный ход температурной зависимости рассматриваемой величины в трех- и четырехмерном случаях. Кроме того, полученные результаты обнаруживают интересную особенность аномального магнитного момента «электрона» в чистой теории Черна-Саймонса. Введение конечной температуры не оказывает никакого влияния на эту величину. Возможно, этот результат связан с т.н. «индуцированным спином» частицы [4].

Автором доклада был проведен расчет аномального магнитного момента «электрона» в теории КЭД(3) с членом Черна-Саймонса для случая конечной плотности среды. Вычисления выполнены методом реального времени. Случай ненулевого химического потенциала является более трудным с расчетной точки зрения, чем случай ненулевой температуры, что связано с появлением специфических расходимостей в интегралах, получаемых в результате применения диаграммной техники Фейнмана. Аналогичные трудности имеются и в (3+1) измерениях. Введение нового параметра теории – массы «фотона»  $M$  – приводит к ряду дополнительных эффектов, отсутствующих в обычном четырехмерном случае.

Все известные автору расчеты в теории КЭД(3)+ЧС, как и его собственные, ограничиваются однопетлевым приближением теории возмущений. Представляет интерес вопрос о влиянии высших приближений на полученные результаты, в частности, остается ли равной нулю температурная добавка в чистой теории Черна-Саймонса.

### **Литература**

- [1] Deser S., Jackiw R. and Templeton S., Ann. Phys. 140 (1982) 372
- [2] Тернов И.М., Жуковский В.Ч., Мидодашвили П.Г., Эминов П.А., ЯФ 43 (1986) 764
- [3] Das A., Perez S., Phys.Lett. 581B (2004) 182
- [4] Kogan I.I., Semenov G.W., Nuc. Phys. B368 (1991) 718

# Исследование N-солитонных релятивистских струн в пространстве Минковского

*Лоозе Владимир Сергеевич*

*студент*

*Тольяттинский государственный университет, Физико-технический институт,*

*Тольятти, Россия*

*E-mail: [looseworld@mail.ru](mailto:looseworld@mail.ru)*

## **Введение**

Современные представления о строении элементарных частиц и механизмах их взаимодействия привели к изучению динамики одномерного протяжённого объекта – релятивистской струны и возникновению теории струн. В рамках этой теории рассматриваются как замкнутые, так и незамкнутые струны [3].

В работе [1] рассматриваются так называемые “N-солитонные” четырёхмерные струны и метод построения мирового листа из решений вспомогательной спектральной задачи, приведены построения трёхмерной струны и мирового листа в случае двух солитонов в момент их сближения.

Целью данной работы стало построение случаев с количеством солитонов более 2, построение 4-мерной струны с несколькими солитонами и изучение особенностей.

## **Методы**

Построение струны сводится к интегрированию решений системы линейных уравнений с матрицей коэффициентов специального вида по параметру, входящему в матрицу [1]. С точки зрения вычисляющего это означает, что интегрируемая функция будет полностью решать систему линейных уравнений для вычисления только одного своего значения. Вычисление интеграла может потребовать достаточно много точек интегрируемой функции (в зависимости от точности). Сумма двух интегралов, соответствующих паре спектральных задач даст радиус-вектор точки на струне. Очевидно, построение всей струны потребует повторения этой процедуры столько же раз, сколько точек потребуется построить на струне. Мировой лист струны можно визуализировать только при наличии нескольких построений струны в различные моменты времени (интерес представляет динамика листа вдоль оси времени).

## **Вычисление**

Столь большое количество вычислений требует нескольких десятков часов времени при использовании домашнего компьютера. В связи с этим возникают две задачи: максимально оптимизировать вычисление на одном компьютере по скорости и преобразовать алгоритм таким образом, чтобы стало возможным использовать несколько компьютеров одновременно.

Первая задача связана с использованием специальных инструкций, которые поддерживают многие современные процессоры, значительно ускоряющих вычислительные операции: SSE, SSE2, SSSE3 и других. Чтобы оптимально использовать эти “скрытые резервы”, которые обычно не видны пользователям ПК, для решения системы линейных уравнений была использована библиотека ATLAS (Automatically Tuned Linear Algebra Software), которая максимально учитывает вычислительные возможности компьютера.

Вторая задача связана с появлением вычислительных центров, имеющих в наличии несколько ЭВМ и с распространением многоядерных процессоров, поскольку N-ядерный процессор позволяет производить до N потоков вычислений одновременно. Разработанная система распределённых вычислений решает эту задачу: в единой базе данных хранятся части общего задания, которые рассылаются по сети другим компьютерам, участники вычислительного процесса просчитывают свою часть задания и отправляют на сервер базы данных. Из этих результатов сервер в конце вычисления

составит цельное решение всей задачи. В случае многоядерной ЭВМ на ней запускается несколько вычисляющих модулей.

Исследование показало, что большое количество вычислений негативно сказывается на погрешности, особенно при интегрировании. В связи с этим для интегрирования был задействован алгоритм интегрирования Гаусса из GSL (GNU Scientific Library).

### **Результаты**

С использованием приведенных выше методов разработан комплекс программ для построения струн и их мировых листов с различным количеством солитонов. Для построений четырёхмерных струн разработана специальная программа, использующая OpenGL.

С помощью данного комплекса программ построены различные случаи струн с количеством солитонов до 20 и различной их конфигурацией. Подтверждено наличие особенностей типа cusp, о существовании которых говорится в [1] и [2]. Рассмотрены частные случаи обращения четырёхмерной струны в трёхмерную при слиянии солитонов.

### **Литература**

1. Талалов С.В. «Об "N-солитонных" струнах в четырёхмерном пространстве — времени»
2. Anderson M.R. «The mathematical theory of cosmic strings. Cosmic strings in the wire approximation» Bristol and Philadelphia: IOP Publ. 2003.
3. Барбаиов Б. М., Нестеренко В. В. «Модель релятивистской струны в физике адронов» М.: Энергоатомиздат. 1987.

# Эффекты кратности столкновений и молекулярной структуры на сечения ионизации водородоподобного снаряда при столкновениях с двухатомной молекулой

Макаров Дмитрий Николаевич  
аспирант

Поморский государственный университет им. М. В. Ломоносова,  
Архангельск, Россия

E-mail: [makarovd@atknet.ru](mailto:makarovd@atknet.ru)

В настоящей работе развита непertурбативная теория ионизации быстрых водородоподобных ионов при столкновениях с двухатомными молекулами. Основой расчетных методик, используемых в работе, является приближение эйконала [1]. Для описания потенциала, создаваемого двухатомной молекулой, использовалась модель Томаса-Ферми [2]. В приближении эйконала, сечение ионизации имеет вид:

$$\sigma = \int \left| \langle n | \text{Exp}[-i \int_{-\infty}^{\infty} U(\vec{r}, \vec{b}_1, t, \vec{R}) dt] | 0 \rangle \right|^2 d\vec{b}_1^2 \quad (1)$$

Потенциал, действующий со стороны молекулы на электрон снаряда, выбирался согласно модели Томаса-Ферми [2] равен:

$$U(\vec{r}, \vec{b}_1, t, \vec{R}) = Z_1 \Phi(r_1)/r_1 + Z_2 \Phi(r_2)/r_2 \quad (2)$$

где  $r_1$  и  $r_2$  - расстояния от ядер молекулы до электрона снаряда,  $\vec{r}$  - вектор, определяющий положение электрона в снаряде относительно его ядра,  $\vec{b}_1$  - вектор параметра удара,  $\vec{R}$  - вектор соединяющий два центра,  $t$  - время. Экранирующая функция имеет вид:

$$\Phi(x) = 1/(1 + a_1 x + a_2 x^{3/2} + a_3 x^2 + a_4 x^3) \quad (3)$$

$a_1, a_2, a_3, a_4$  - коэффициенты, зависящие от вида молекулы. Чтобы упростить дальнейшие вычисления, рассмотрим снаряд с большим зарядом ядра  $Z$ . Тогда, т.к. размер иона мал по сравнению с молекулой, полученный для эйкональной фазы результат можно разложить по малому параметру  $r \sim 1/Z$ , и вычисление матричного элемента в выражении (1), сводится к известному форм-фактору. Используя полученное выражение (не приводимое в силу громозкости), были рассчитаны сечения ионизации для следующих случаев: а) ось молекулы выстроена параллельно скорости налетающего иона; б) ось молекулы выстроена перпендикулярно скорости налетающего иона. При этом оказалось, что сечение в случае (а) почти в 2 раза превосходит случай (б). Далее, для сравнения с экспериментом, производилось усреднение полученного сечения по всевозможным углам ориентации молекулы в пространстве. Для выделения вклада эффектов молекулярной структуры в процессы ионизации снаряда были проведены расчеты для молекул составленных из отдельных атомов, описываемых в модели Хартри-Фока-Дирака-Слейтера. Для контроля корректности результатов были проведены расчеты для расстояний  $R=1.5, R=2$  между атомами молекулы и показано, что чем больше  $R$ , тем результат, полученный в Томаса-Ферми для молекулы мишени, ближе к сечениям ионизации в модели, предполагающей, что мишень составлена из нейтральных атомов. В результате расчетов сечений ионизации было найдено, что относительная разница сечений полученных с использованием представлений (3) и (4) составляет примерно 1%. Таким образом, основным эффектом вносящим вклад в сечение ионизации снаряда является эффект кратности столкновений.

## Литература

1. Матвеев В. И. (1995) Ионизационные потери релятивистских многозарядных ионов // ЖЭТФ, Т.107, № 6, С. 1780-1791.
2. E.K.U.Gross and R.M.Dreizler (1978) Thomas-Fermi approach to diatomic systems.// Institut fur Theoretische der Universitat, Frankfurt am Mein, West Germany.
3. В.И.Матвеев, Д.У.Матрасулов, С.В.Рябченко (2006) Многократная потеря электронов быстрыми тяжелыми структурными ионами при столкновениях со сложными атомами // ЖЭТФ, Т. 129, № 1, С.1-5.

## Прямая корреляционная функция и структурный фактор жидкостей

*Николаева Ольга Павловна<sup>5</sup>*

*аспирантка*

*Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия*

*E-mail: [nikolaevaop@yandex.ru](mailto:nikolaevaop@yandex.ru)*

Исследование систем многих частиц представляет собой сложную задачу в области жидкой фазы. Для ее решения эффективным является метод функций распределения. Наибольший интерес имеет двухчастичная функция распределения, которая позволяет определить как равновесные свойства системы, так и целый ряд кинетических характеристик макроскопических и наноскопических систем. Удобнее для этой цели использовать уравнение Орнштейна-Цернике. Оно содержит прямую корреляционную функцию, которую предварительно необходимо определить, например, с помощью приближения Перкуса-Йефика, либо гиперцепного приближения, а также их комбинаций. К сожалению, предлагаемые до сих пор подходы не позволяют решить задачу количественно точного вычисления функции распределения.

Целью нашей работы является получение интегрального уравнения для определения двухчастичной функции распределения, которая удовлетворяет всем известным для нее асимптотическим свойствам. Для этого проведен анализ поведения прямой корреляционной функции, исходя из точно известных асимптотических результатов, а также из условий термодинамической согласованности уравнений состояния. Это позволило найти выражение для корреляционной функции, точно описывающее все ее известные асимптотические свойства. Был вычислен структурный фактор ряда жидкостей и сравнен с экспериментом. Получено существенное улучшение согласия по сравнению с приближением Перкуса-Йефика.

Результаты работы позволили исключить основной недостаток приближения Перкуса-Йефика – слишком жесткие ограничения, связанные с локальностью прямой корреляционной функции. Вместе с тем, удалось доказать, что гиперцепное приближение не корректно снимает ограничение Перкуса-Йефика на локальность.

Поведение функции распределения в области жидкой фазы вещества показывает, что при построении теории жидкости необходимо учитывать аналогию не только между жидким и газообразным состоянием, и не только между жидким и твердым состоянием, а ту и другую в совокупности. Именно это используется в современной кинетической теории жидкости, прошедшей длительный путь развития от идей Ван-дер-Ваальса и Больцмана до подходов Френкеля, Кирквуда, Ландау, Борна, Власова, Боголюбова, Вика, Чандлера, Андерсона и целого ряда других авторов.

### **Литература**

1. Barrat J.-L., Yansen J.P. (2003) Basic concepts for simple and complex fluids. N.Y.: Cambridge U. Press.
2. Heyes D.M., Okumura H. (2006) Equation of state and structural properties of the Weeks-Chandler-Andersen fluid//J. Chem. Phys. V. 124, 164507.
3. Николаева О.П. (2007) Радиальная функция распределения и скорость звука в плотных газах и жидкостях//Вестник Московского университета. Серия 3. Физика, № 3.
4. Думеш Б.С., Сурин Л.А. (2006) Необычные вращения в нанокластерах гелия и водорода и “наноскопическая” сверхтекучесть//Успехи физических наук, № 11.
5. Поляков П.А., Николаева О.П. (2007) Статистическая термодинамика кристалла в области фазового перехода твердое тело-жидкость//В сб. трудов XV Международной конференции “Радиолокация и радиосвязь”. М.

---

<sup>5</sup> Автор выражает глубокую благодарность своему научному руководителю профессору П.А. Полякову за постоянную помощь в работе.

## **Absorption band shape of the combined two-dimensional magnetoexciton-cyclotron resonance**

***Podlesny<sup>a</sup> Igor Valer'evich, Cerbu<sup>b</sup> Florin Anatol'evich, Railean<sup>b</sup> Olga Vasil'evna***

*graduate student, student, student*

<sup>a</sup>*Institute of Applied Physics, Academy of Sciences of Moldova, Chisinau, Republic of Moldova*

<sup>b</sup>*Moldova State University, Chisinau, Republic of Moldova.*

*E-mail: podlesniy@rambler.ru*

The absorption band shape of the combined optical quantum transition with the creation of a two-dimensional magnetoexciton and with the simultaneous excitation of one background electron between its Landau levels is discussed. The combined magnetoexciton-cyclotron resonance (MECR) quantum transitions are described in the frame of the model of two-dimensional electron-hole system in a strong perpendicular magnetic field taking into account supplementary a small concentration of background electrons resident on the lowest Landau level (LLL). The concrete case of magnetoexciton composed by electron and hole on their LLL and the accompanying cyclotron resonance with excitation of the background electron from the LLL to the first excited Landau level was considered. The position of the combined absorption band is shifted in comparison with the frequency of the magnetoexciton band by the frequency of the electron cyclotron resonance. The maximal band width equal to the ionization potential  $I_I$  of the magnetoexciton, because the participation of the third particle side by side with the electron-hole pair permits to uncover its entire interval energy spectrum beginning with the bottom of the magnetoexciton band and finishing with its ionization potential. The analytical formulas describing the absorption band shape in the vicinity of these two limiting frequencies were deduced. The numerical calculations on the base of a general formula permitted to obtain a full band shape, which has a monotonic decreasing form with a maximal value near the frequency corresponding to the bottom of the magnetoexciton band and tends linearly to zero near the second limiting frequency corresponding to the ionization of magnetoexciton.

### **References**

1. D.R. Yakovlev, V.P. Kochreshko, R.A. Suris, H. Schenk, W. Ossau, A. Waag, G. Landwehr, P.C.M. Christianen, and J.C. Maan, Phys. Rev. Lett. 79, 3974, (1997).

The author (P.I.V.) expresses gratitude to Member of Moldavian Academy of Sciences, Academician S.A. Moskalenko for the rendered assistance.

## Исследование коллективных спиновых эффектов в средах с тензорным g-фактором

*Вагин Дмитрий Вениаминович*

*аспирант*

*Русакова Наталья Енчуновна*

*ассистент*

*Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия*

*E-mail: [vagin@gen5521.phys.msu.ru](mailto:vagin@gen5521.phys.msu.ru)*

Исследование коллективных свойств частиц в средах с сильной анизотропией входит в число важнейших направлений современной физики. Это связано с бурным развитием нанотехнологий, позволяющих конструировать буквально из отдельных атомов малые частицы и полимерные цепи (субмикронных и наноразмеров) с заданными свойствами [1,2]. Особый интерес представляет изучение влияния спина на поведение таких систем, их магнитные и электрические свойства. В сильно анизотропной среде связь между механическим  $\vec{L}$  и магнитным моментом  $\vec{M}$  частицы имеет тензорный характер [3], что подтверждается, например, исследованием ЭПР спектров или свойств полимерных молекул в биофизике.

Наличие в уравнениях тензорного g-фактора или гиромангнитного отношения приводит к тому, что уравнение прецессии магнитного момента (в классической теории, уравнение Ландау-Лифшица-Гильберта) вступает в противоречие с законом сохранения энергии [4]. Однако, можно показать, что при наложении определённых ограничений на тензорную связь между магнитным и механическим моментами данное противоречие может быть устранено. В данной работе был найден общий вид гиромангнитного тензора, позволяющий использовать уравнение Ландау-Лифшица-Гильберта для описания поведения намагниченности в сильно анизотропных плазменных средах (1).

$$\vec{L} = \begin{pmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{12} & 0 \\ \gamma_{21} & \gamma_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \gamma_{33} \end{pmatrix} \vec{M}, \quad (1)$$

где  $\gamma_{ij} \in \text{Re}$ ,  $\gamma_{ij} = \gamma_{ji}^*$ . Видно, что требования сохранения энергии в случае наличия линейной связи между векторами  $\vec{L}$  и  $\vec{M}$  приводит к необходимости выбора системы координат, в которой гиромангнитный тензор имел бы заданный вид (1), когда имеется лишь одна пара ненулевых комплексно сопряжённых перекрёстных компонент. Если это невозможно сделать, то следует использовать уравнение для движения полного механического момента вместо уравнения прецессии для магнитного момента, что приводит к более громоздкому и неудобному математическому аппарату.

В качестве иллюстрации влияния тензорного характера гиромангнитной связи на коллективные спиновые свойства системы была рассмотрена плазменная среда с учётом спина электронов в ней [5,6]. В рамках гидродинамического подхода был вычислен тензор диэлектрической проницаемости такой плазмы в линейном приближении и построены дисперсионные кривые для распространения волн вдоль и поперёк магнитного поля (рис. 1). Соотношения между величинами перекрёстных и диагональных компонент гиромангнитного тензора влияют на расстояние между кривыми и на их форму. А также в случае  $|\gamma_{12}| > \{|\gamma_{11}|, |\gamma_{22}|\}$  приводят к исчезновению одной из мод.

Таким образом, в данной работе найден вид тензорной связи позволяющий использовать уравнение прецессии магнитного момента для описания явлений в сильно анизотропных средах вместо уравнения движения полного механического момента. В рамках данного подхода рассмотрена гидродинамика анизотропной магнитоактивной плазмы и получены дисперсионные кривые для распространения волн вдоль и поперёк внешнего магнитного поля. Проанализировано влияние тензорного характера гиромангнитной связи на характер плазменных мод.

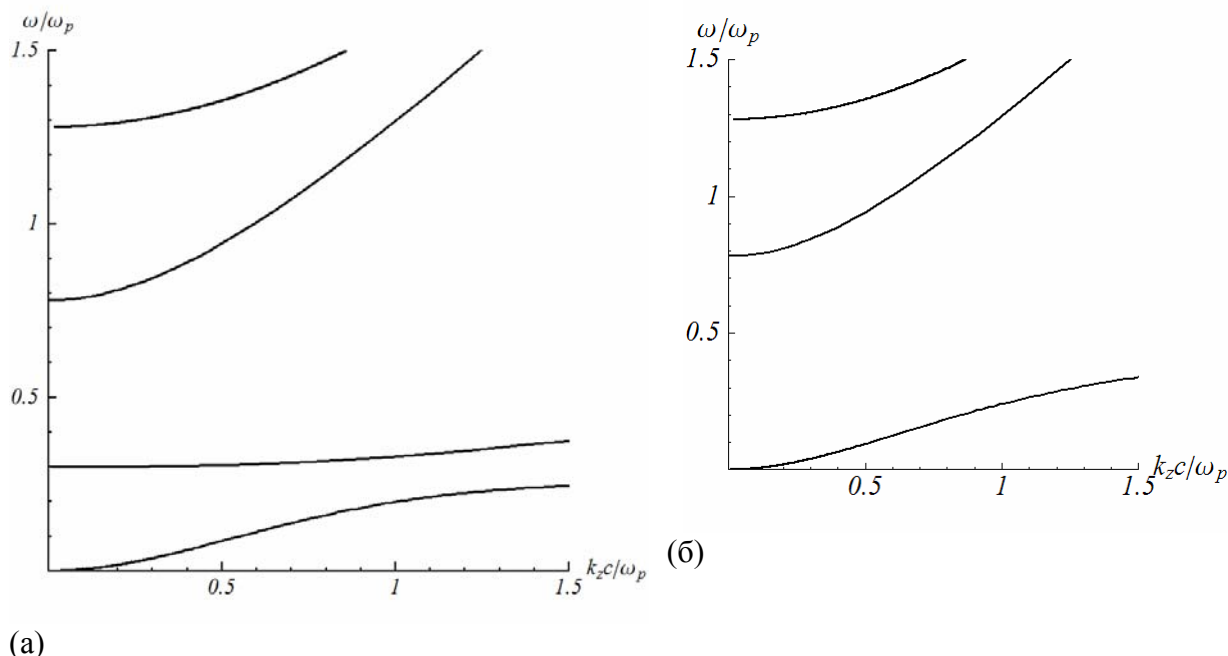


Рис 1. Вид дисперсионных кривых для волн, распространяющихся в магнитоактивной анизотропной плазме (а) вдоль внешнего магнитного поля и (б) поперёк внешнего магнитного поля с учётом тензорного характера гиромангнитной связи.

### Литература

1. Вагин Д.В., Поляков О.П. Особенности нелинейной динамики однородно намагниченной малой частицы с учётом её формы // *Нелинейный мир*. — 2007. — Т.5. №10-11. — С. 369-374.
2. Звездин А.К. Магнитные молекулы и квантовая механика//*Природа*. 2000. №12.
3. Гуревич А.Г. Магнитный резонанс в ферритах и антиферромагнетиках. – М.: Наука, 1973.
4. Gurevich A.G., Sanina V.A. Resonance in magnetically ordered crystals with anisotropic g factor // *J. Appl. Phys.* 1969. V. 40. p. 1512.
5. Вагин Д.В., Ким Н.Е., Поляков П.А., Русаков А.Е. Особенности распространения электромагнитных волн в горячей магнитоактивной плазме с учетом спина электронов // *Известия РАН. Серия Физическая*. — 2006. — Т. 70, №3. — С. 443–447.
6. Ким Н. Е., Поляков П. А., Русаков А. Е. Коллективные спиновые эффекты в классических плазменных системах // *Нелинейный мир*. — 2005. — № 3. — С. 155–162.



## Динамика квантовых систем с трением и обратной связью

Смирновский Александр Андреевич

аспирант

Санкт-Петербургский государственный политехнический университет, физико-механический факультет, Санкт-Петербург, Россия

[smirta@mail.ru](mailto:smirta@mail.ru)

Модель классических часов, включающая осциллятор с трением, обратную связь в виде импульсов силы в моменты времени, когда система проходит равновесное состояние, обобщается, и проблема квантового аналога этой модели исследуется численно. Для этого используется уравнение Шредингера-Ланжевена-Костина (ШЛК), начальное условие в форме гауссова пакета с конечной скоростью, а рассматриваемая квантовая система представляет квадратичный потенциал, ограниченный непроницаемыми стенками, импульсы силы обратной связи включаются в моменты времени, когда средняя координата пакета проходит нулевое значение. Потенциал, определяющий силу обратной связи, имеет вид:

$$\tilde{U}_{oc}(\zeta, \tau) = \begin{cases} -\tilde{F}_0 \zeta, & \tau \in (\tau_s, \tau_s + \Delta\tau), \\ 0, & \tau \notin (\tau_s, \tau_s + \Delta\tau), \end{cases}$$

где  $\tilde{F}_0$  - величина силы обратной связи,  $\zeta$  - координата,  $\tau_s$  - моменты времени включения импульсов,  $\Delta\tau$  - длительность импульса обратной связи.

Численное интегрирование уравнения ШЛК проводится при разных значениях коэффициента трения и силы обратной связи. Установлены два режима движения. В одном из них – при умеренной силе – возможны колебания с минимизированным произведением неопределенностей координаты и импульса. В другом режиме – при определенных значениях силы и коэффициента трения – характер колебаний становится сложным; Фурье-спектр, характеризующий их, всюду плотный. Точечные отображения дают качественное подтверждение квантового хаоса. Наряду с моделью обратной связи, изучены вынужденные колебания при периодической последовательности импульсов силы.

Во второй части доклада обсуждается метод вывод уравнения ШЛК, основанный на вариационном принципе и стандартной схеме квантования, не приводящий к каким-либо парадоксам, например, нарушению принципа неопределенности. Для этого обосновывается выражение для функции Лагранжа:

$$\tilde{L} = L(q, \dot{q}, t) - \frac{k}{m} S(q, t),$$

где  $L$  - лагранжиан системы без трения,  $k$  - коэффициент трения,  $m$  - масса,  $S$  - действие. При этом переход к квантованию происходит стандартным образом через соответствующую форму для функции Гамильтона. Обсуждается уравнение для собственных функций и собственных значений оператора  $\hat{S}$  и приводится его явная запись.

### Литература

1. Sanin A.L., Smirnovsky A.A. Oscillatory motion in confined potential systems with dissipation in the context of the Schrödinger-Langevin-Kostin equation // Phys. Lett. A. 2007, vol. 372, p. 21
2. Санин А.Л., Смирновский А.А. Вынужденные колебания квантовых волновых пакетов в системе с трением, квадратичным потенциалом и стенками // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2007, т. 15, №4, с. 68

## Критические индексы в задаче узлов для модели одномерной перколяции

Терещенко Александр Юрьевич, Удодов Владимир Николаевич

Студент, дфмн. проф.

Хакасский государственный университет им. Н.Ф. Катанова, Абакан, Россия

[terelf@mail.ru](mailto:terelf@mail.ru), [Udodov@khsu.ru](mailto:Udodov@khsu.ru)

Основные идеи теории протекания были сформулированы в 1957 г. [1]. Эта работа возникла при изучении процесса прохождения газа через угольный фильтр. Движение газа по лабиринту, образованному порами в угле, представляет процесс, отличающийся от обычной диффузии. Такие явления были названы «процессами протекания (перколяции)». Теория протекания широко используется для изучения разных явлений в неупорядоченных системах, которые представляют интерес, как с прикладной, так и с фундаментальной точки зрения. Явления, описываемые теорией протекания, относятся к критическим явлениям. Эти явления характеризуются «критической точкой», в которой свойства системы резко меняются. Вблизи этих точек свойства системы могут быть описаны при помощи различных критических индексов [2].

«Одномерная» физика интересна сама по себе, но важна и в более широком плане, так как практически любую задачу можно свести к одномерной. Известно, что многие одномерные модели и задачи могут быть решены точно. Поэтому, если удастся свести к какой либо из них трехмерную проблему, можно надеяться получить для нее если не точное решение, то, по крайней мере, ряд важных результатов [3].

На основе законов и следствий теории протекания создаются высоконадежные системы хранения данных обладающие практически неограниченной масштабируемостью и простым управлением.

Методом компьютерного моделирования были рассчитаны критические индексы  $\alpha$  и  $\nu$  для одномерного протекания в системах с различным количеством узлов и радиусами протекания  $R$ .

Индекс теплоемкости  $\alpha$  зависит от числа узлов системы и с их ростом уменьшается. При увеличении радиуса протекания  $\alpha$  возрастет. Получены значения индекса в термодинамическом пределе. Все значения положительны и меньше 1. С ростом числа узлов и уменьшением  $R$  значения индекса  $\alpha$  изменяется в пределах от  $2,2 > \alpha > 0.168$ .

Показано, что теплоемкость таких систем в точке фазового перехода стремится к бесконечности при проведении экстраполяции к термодинамическому пределу.

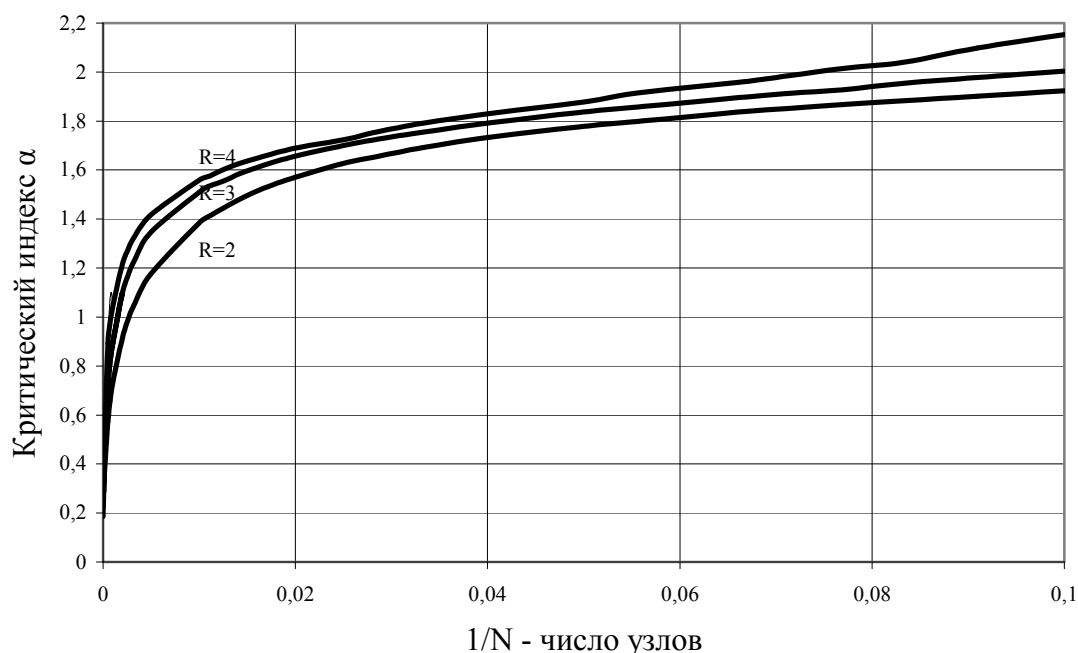


График зависимости  $\alpha$  от  $1/N$  для разных  $R=(2,3,4)$

Получены значения индекса корреляционной длины. И на их основе сделана оценка  $\nu$  в термодинамическом пределе:

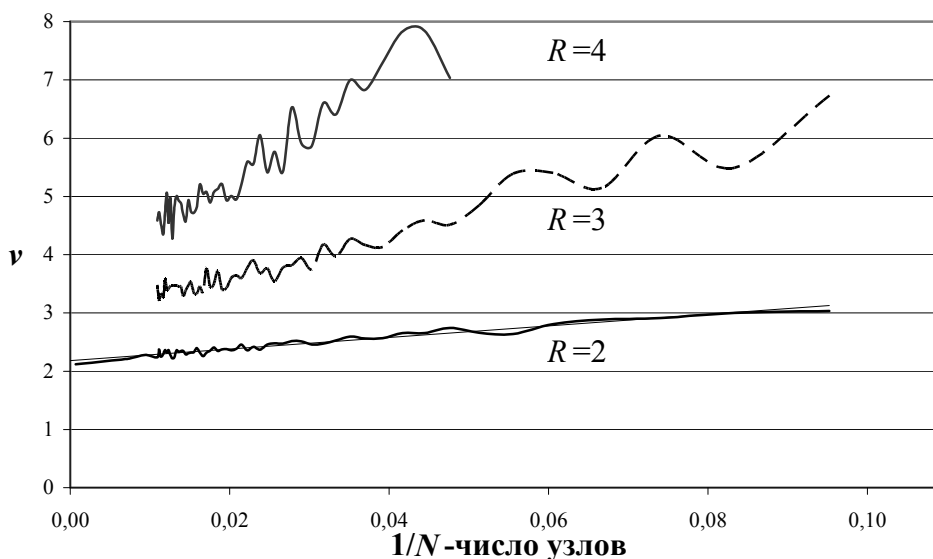


График зависимости индекса  $\nu$  от  $1/N$  для  $R=(2,3,4)$

Корреляционная длина – средняя длина максимального кластера дается выражением:

$$\xi \propto t^{-\nu},$$

где  $t = x - x_c \Big|_{x \rightarrow x_c} \rightarrow 0$

$$\xi \rightarrow \infty$$

При  $t \rightarrow 0$  и  $x > x_c$  в термодинамическом пределе существует бесконечный кластер.

Получено, что индекс корреляционной длины  $\nu$  имеет линейную зависимость (в случае  $R=2$ ) от числа узлов в системе.

$$\nu \propto \frac{k(R)}{N} + \nu_{\infty},$$

где  $k$  – постоянная, зависящая от радиуса протекания. При увеличении радиуса протекания индекс  $\nu$  возрастет.

Проверенно соотношение подобия  $\alpha=2-d\nu$  ( $d$  – размерность пространства). Ни для одной из рассмотренных систем оно не выполняется.

Литература

1. Эфрос А. Л. Физика и геометрия беспорядка // М., Изд. «Наука», Гл. редакция физ.- мат. литературы, 1982. - 270 с.
2. Федер Е. Фракталы // М. «Мир» 1991.- 254 с.
3. Шпигальская Е. О., Удодов В. Н., Потеев А. И. Критические явления в теории протекания в малых одномерных системах // Тез. докл. IX Российской науч. студ. конф. по физике твердого тела, 12-14 мая 2004 г. - Томск, 2004.- С. 59-60.

# Киральная модель барионных состояний как кварковых мешков с динамической генерацией фазы конститuentных кварков

Улыбышев Максим Владимирович<sup>6</sup>, аспирант

МГУ им. М.В. Ломоносова, E-mail: ulybyshev@hep.phys.msu.su

В настоящее время наиболее эффективным подходом к описанию низкоэнергетического барионного состояния являются киральные модели кварковых мешков [1]. В данной работе рассматривается SU(2)-модель, в которой с ростом расстояния от центра мешка квазисвободные (почти) безмассовые u и d кварки за счет взаимодействия с пионным конденсатом трансформируются сначала в массивные конститuentные кварки с теми же квантовыми числами цвета, флейвора и спина, а потом возникает чисто мезонная бесцветная фаза, описываемая триплетом массивных пионов с учетом вклада от векторного  $\omega$ -мезона. Эффективная масса кварков при этом является функцией расстояния от центра мешка  $G(r)$ , явный вид которой самосогласованным образом определяется из уравнений модели.

Общий подход для описания таких многофазовых объектов детально рассмотрен в [2]. В данном случае требуемая структура мешка задается с помощью граничных условий кирального конфайнмента и лагранжиана

$$L = \left( : \bar{\psi} i \hat{D} \psi : - B \right) \theta_1 + \left( : \bar{\psi} i \hat{D} \psi : + \frac{f_\pi^2}{4} \text{Tr}(\partial_\mu U^\dagger \partial^\mu U) - : G(r) \bar{\psi} U \gamma_5 \psi : \right) \theta_2 + \left( \frac{1}{2} \partial_\mu \vec{\pi} \partial^\mu \vec{\pi} - \frac{m_\pi^2}{2} \vec{\pi}^2 - \frac{\varepsilon^2}{2} B_\mu B^\mu \right) \theta_3$$

где  $\theta_{1,2,3}$  - ступенчатые функции, выделяющие внутреннюю область фазы асимптотической свободы, промежуточную область мешка с кирально-инвариантным кварк-пионным взаимодействием и внешнюю область полной адронизации,  $\psi$  - изодублет легких u и d кварков,  $B$  - вакуумное давление, моделирующее глюонный вклад,  $\vec{\phi}$  - изотриплет безмассовых пионов в промежуточной области,  $U = \exp(i \vec{\tau} \vec{\phi} / f_\pi)$ ,  $\vec{\pi}$  - изотриплет массивных пионов во внешней области. Член  $\varepsilon^2 B_\mu B^\mu / 2$ , где  $B_\mu$  имеет структуру скирмовского топологического тока для внешней области, соответствует вкладу от векторного  $\omega$ -мезона в приближении  $m_\omega \rightarrow \infty$ , при этом  $\varepsilon = g_\omega / m_\omega$ , где  $g_\omega$  – константа взаимодействия  $\omega$  и  $\pi$ -мезонов [1]. Необходимость учета векторных мезонов, и прежде всего  $\omega$ , следует из моделей векторной доминантности и коротковолнового отталкивания в нуклон-нуклонном взаимодействии.

Пионные поля рассматриваются как топологические классические конденсаты скирмовского типа, при этом внутри  $\vec{\phi} = f_\pi F \vec{r} / r$ , где  $F$  – постоянный киральный угол, являющийся одним из свободных параметров модели,  $0 < F < \pi/2$ . Такая форма пионных полей обеспечивает топологическую устойчивость решения и одновременно соответствует условию, чтобы ненулевое барионное число всей конфигурации порождалось массивными валентными кварками. Нормальное упорядочивание кварковых полей отражает тот факт, что в такой эффективной по построению модели все вакуумные эффекты уже учтены вакуумным давлением  $B$ , массовой кварковой функцией  $G(r)$  и классическим пионным конденсатом.

Расчет показал, что в такой многофазовой киральной кварк-пионной модели мешка конфигурация с минимумом энергии  $\sim 1$  ГэВ реализуется при внешнем радиусе мешка  $\sim 0,5$  Фм и размере внутренней области  $\sim 0,3$  Фм, что хорошо согласуется с феноменологией.

## Литература

1. Hosaka H., Toki O., Phys. Rep. 277 (1996) 65.
2. Sveshnikov K. et al., Nucl. Phys. A 676 (2000) 339.

<sup>6</sup> Автор выражает признательность проф. К. А. Свешникову за постановку задачи и помощь в работе.

## Новое тождество для функций Грина в N=1 суперсимметричной электродинамике.

**Шевцова Екатерина Сергеевна, Степаньянц Константин Викторович**

Аспирант

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, физический  
факультет, Москва, Россия  
[shevtsova-katya@yandex.ru](mailto:shevtsova-katya@yandex.ru)

В суперсимметричных моделях теории поля имеется ряд привлекательных свойств, и, прежде всего, сокращение в ряде случаев ультрафиолетовых расходимостей [1]. Гипотеза о виде точной  $\beta$ -функции была выдвинута в работе [2] на основе исследований структуры инстантонных вкладов. В работах [3, 4] показано, что в N=1 суперсимметричной электродинамике такую точную  $\beta$ -функцию можно получить во всех порядках теории возмущений с помощью уравнений Швингера-Дайсона и тождеств Уорда, если предположить, что существует некоторое тождество для функций Грина. Это тождество оказывается нетривиальным начиная с трехпетлевого приближения.

В этой работе демонстрируется, что новое тождество может быть записано в виде равенства нулю вакуумного среднего от произведения некоторых композитных операторов:

$$\langle \left( \frac{D_a \bar{D}^2}{\partial^2} \phi^+ e^{2V} \phi \right)_x \left( \frac{D_a \bar{D}^2}{\partial^2} \phi^+ e^{2V} \phi \right)_y \rangle = 0,$$

где  $\phi$  - киральное скалярное суперполе,  $V$  – калибровочное скалярное суперполе,  $D_a$  – суперсимметричная ковариантная производная, индексы  $x$  и  $y$  обозначают, что выражение берется в точке с координатой  $x$  и  $y$  соответственно, а угловые скобки представляют собой функциональное усреднение в смысле континуального интеграла.

Кроме того, проверено, что новое тождество не является следствием известных симметрий системы: лоренцевой, калибровочной или суперконформной. Получены ограничения на трех- и четырехточечную функции Грина, которые следуют из рассматриваемого тождества.

### Литература:

- [1] П. Уэст “Введение в суперсимметрию и супергравитацию”. Москва, Мир, 1989.
- [2] V. Novikov, M. Shifman, A. Vanstein, V. Zakharov “The beta-function in supersymmetric gauge theories. Instantons versus traditional approach”, Phys. Lett. B, 1986. V.166. P. 329-333.
- [3] К.В. Степаньянц “Суммирование диаграмм в N=1 суперсимметричной электродинамике, регуляризованной высшими производными”. ТМФ. 2006. Т. 146. С. 385.
- [4] А.Б. Пименов, А.А. Солошенко, К.В. Степаньянц, Е.С. Шевцова, Известия ВУЗов, принято к публикации.

## Принцип вторичного максимум энтропии и уравнения Рейнольдса в стохастической динамике одномерных нелинейных систем.

*Шляпин Вячеслав Александрович*

*аспирант*

*Ульяновский государственный университет, Ульяновск, Россия*

*E-mail: [shlyapinva@mail.ru](mailto:shlyapinva@mail.ru)*

В работе рассматривается подход к описанию усредненной динамики конечномерных нелинейных систем на основе вариационного принципа максимальной энтропии [1]. Вариационный принцип формулируется с помощью метода сопряженных функций. Само описание динамики нелинейных систем в среднем строится на основе общего подхода известного как теория напряжений Рейнольдса, который широко применяется в теории турбулентности [2]. На основе принципа вторичного максимума энтропии локально равновесного распределения, которое имеет вид

$$H_{max} = \frac{1}{2} \int \ln \langle x'^2 \rangle dt + H_0,$$

для случая нормального локально равновесного распределения решается задача о замыкании цепочки уравнений Рейнольдса для рассматриваемых систем. Здесь  $x'$  – случайные отклонения координаты частицы от среднего  $X = \langle x \rangle$ .

В работе подробно исследуется задача об одномерной динамике точки в потенциальном поле сил общего вида. Выводятся уравнения, замыкающие описание динамики системы в среднем. Показано, что эти уравнения допускают закон сохранения удельной энтропии. Показано, что такая теория оказывается гамильтоновской по отношению не полной энергии, а к полной удельной энтропии..

В работе так же исследована динамика системы вблизи стационарных точек усредненной системы. Найдены в общем виде собственные числа линеаризованной задачи вблизи стационарных точек. Рассмотрены примеры ангармонического осциллятора с квадратичной и кубической добавкой к силе.

### *Литература*

- [1] Р.Л. Стратанович. Теория информации. М.: Сов. радио (1975), 424 с.
- [2] А.С. Монин, А.М. Яглом. Статистическая гидромеханика. Ч.1. М.:

## Пионная конденсация во внешнем хромагнитном поле

*Щелкачев Алексей Михайлович*

*аспирант*

*Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия*

*E-mail: ashchelkachev@gmail.com*

Непертурбативные эффекты в КХД при низких энергиях удастся исследовать только на основе приближенных методов в рамках различных эффективных моделей. Хорошо известно, что физика легких мезонов описывается на основе четырех-фермионных моделей, таких как, например, модель Намбу--Йона-Лазинио (НЙЛ), которая успешно применялась для воплощения идей динамического нарушения киральной симметрии (ДНКС) и бозонизации и приведенные там ссылки; обзор (2+1)-мерных четырех-кварковых эффективных моделей. Подчеркнем, что именно в рамках четырех-фермионных моделей удалось показать, что внешнее магнитное или хромагнитное поле индуцирует ДНКС, а также продемонстрировать генерацию масс фермионов даже в случае слабого взаимодействия между кварками. Недавно большой интерес вызвали эффекты дикварковой конденсации и цветовой сверхпроводимости.

Первые исследования уравнений шели и свободной энергии Гинзбурга-Ландау для системы релятивистских фермионов привели к выводу о возможности возникновения состояний сверхпроводимости и цветовой сверхпроводимости в кварковой среде. Было показано, что, подобно случаю конденсации кварков, дикварковая конденсация также может катализироваться сильными внешними (вакуумными) калибровочными полями. Недавно обсуждалась возможность образования новой фазовой структуры, а именно пионного конденсата, в плотной кварковой среде за счет асимметрии её изоспинового состава.

\*\*\*

Цель исследования — изучение влияния различных внешних полей на эффект пионной конденсации при наличии и отсутствии массы кварков.

Рассмотрена пионная конденсация в асимметричной по аромату кварковой среде с массивными кварками во внешнем абелевом хромагнитном поле. Показано, что внешнее поле является катализирующим фактором для появления пионной конденсации, в то время как конечная масса кварков препятствует возникновению этого явления.

Рассмотрена пионная конденсация в среде с массивными кварками во внешнем сферически-симметричном неабелевом хромагнитном поле. Показано влияние внешнего сферически-симметричного неабелевого хромагнитного поля на эффект появления пионной конденсации.

Показано, что при выбранных значениях поля и при наличии массы кварков пионная конденсация сохраняется. Показано, что конечная масса кварков внешнего сферически-симметричного неабелевого хромагнитного поля препятствует возникновению пионного конденсата.

Исследован эффект пионной конденсации в среде с массивными кварками во внешнем аксиально-симметричном неабелевом хромагнитном поле. При увеличении значения внешнего аксиального-симметричного неабелевого хромагнитного поля эффект пионной конденсации усиливается.

Показано, что при наличии массы кварков во внешнем аксиально-симметричном неабелевом хромагнитном поле эффект сохраняется. Возникновение эффекта пионной конденсации зависит от

значения массы кварков. При увеличении массы кварков во внешнем аксиально-симметричном неабелевом хромагнитном поле эффект пионной конденсации пропадает.

### Литература

1. *D. Ebert, H. Reinhardt* // Nucl. Phys. 1986. B271. P. 188.
2. *D. Ebert, H. Reinhardt and M.K. Volkov* // Progr. Part. Nucl. Phys. 1994. 33. P. 1.
3. *A.S. Vshivtsev, V.Ch. Zhukovsky, K.G. Klimenko, B.V. Magnitsky* // Phys. Part. Nucl. 1998. 29. P. 523.
4. *K.G.Klimenko* // Teor. Mat. Fiz. 1991. 89. P. 211; 1992. 90. P. 3; Z. Phys. 1992. C54. P. 323;
5. *I.V. Krive, S.A. Naftulin* // Phys. Rev. 1992. D46. P. 2737.
6. *A.S.Vshivtsev, K.G.Klimenko, B.V.Magnitsky*. JETP Lett. 1995. 62. P. 283; Teor. Mat. Fiz. 1996. 106. P. 319.
7. *K.G.Klimenko, B.V.Magnitsky, A.S.Vshivtsev* // Nuovo Cim. 1994. A107. N. 439; Theor. Math. Phys. 1994. 101. P. 1436; Phys. Atom. Nucl. 1994. 57. P. 2171.
8. *D.Ebert, V.Ch.Zhukovsky* // Mod. Phys. Lett. 1997. A12 P. 2567.
9. *D. Bailin, A. Love* // Phys.Rept. 1984. 107. P. 325.
10. *M.Alford, K.Rajagopal, F.Wilczek* // Phys. Lett. 1998. B422. P. 247; Nucl. Phys. 1999. B537. P. 443.
11. *V.Ch. Zhukovsky, K.G. Klimenko, V.V. Khudyakov, D. Ebert* // JETP Lett. 2001. 73. P. 121 [Pisma Zh. Eksp. Teor. Fiz. 2001. 73. P. 137].
12. *V.Ch. Zhukovsky, V.V. Khudyakov, K.G. Klimenko, D. Ebert* // JETP Lett. 2001. 74. P. 523 [Pisma Zh. Eksp. Teor. Fiz. 2001. 74. P. 595].
13. *D.Ebert, K.G. Klimenko, H.Toki* // Phys. Rev. 2001. D64. P. 014038 (hep-ph/0011273);
14. *D. Ebert, V.V. Khudyakov, V.Ch. Zhukovsky, K.G. Klimenko* // Phys. Rev. 2002. D65. P. 054024 (hep-ph/0106110).
15. *M. Frank, M. Buballa, M. Oertel* // Phys.Lett. B562(2003)221.
16. *L. He, M. Jin, P. Zhuang* // Phys.Rev. D74(2006)036005.
17. *J.O. Andersen, L. Kyllingstad* // hep-ph/0701033.
18. *D. Ebert, K.G. Klimenko* // Eur.Phys.J. C46(2006)771.
19. *D. Ebert, K.G. Klimenko* // J. Phys. 2006. G32 P. 599-608.
20. *D.Ebert, K. G. Klimenko, V.Ch. Zhukovsky, A.I. Fedotov* "Quark and pion condensation in a chromomagnetic background field". // Eur. Phys. J. 2007. C49 P. 709-719.
21. *T.Hatsuda, T.Kanhibo* // Phys. Rep. 247,221 (1994).
22. *L. He, M. Jin, P. Zhuang* // Phys. Rev. D71. P. 116001. (2005)



## Непрерывные измерения как причина квантовой эволюции

**Якунин Иван Николаевич**

*аспирант*

*Оренбургский государственный университет, физический факультет,, Оренбург,  
Россия*

*E-mail: yakunin21@yandex.ru*

Вопросы теории квантовых измерений подвергаются активному обсуждению в последнее время. Это связано как с проблемами квантовой теории информации (хранение, перезаписывание информации), так и с фундаментальными вопросами квантовой механики, до сих пор не получившими чёткого ответа.

В ходе развития истории данного направления было выяснено, что эволюция состояний системы, подвергаемой непрерывному измерению (наблюдению), замедляется, либо сама эволюция останавливается. Целью данной работы является обоснование существования обратного эффекта – эволюции квантовой системы, вызываемой исключительно действием измерительного прибора. В качестве объекта выбрана двухуровневая система, находящаяся в начальный момент времени в собственном состоянии гамильтониана  $|\psi_1\rangle$  (второе собственное состояние обозначим через  $|\psi_2\rangle$ ).

Доказано, что если измерительный прибор способен убирать частицы из ансамбля суперпозиционном состоянии  $|\psi_3\rangle = c_1|\psi_1\rangle + c_2|\psi_2\rangle$  (где  $c_1c_2 \neq 0$ , и  $|c_1|^2 + |c_2|^2 = 1$ ) с вероятностью  $w > 0$ , то вероятность обнаружения системы в ортогональном исходному состоянию  $|\psi_2\rangle$  не равна нулю.

Получено точное решение для динамики населённости состояния  $|\psi_2\rangle$   $W_2(t)$ . Показано, что вероятность  $W_2(t)$  может быть представлена в виде суммы осциллирующего и неосциллирующего слагаемых, первое из которых характеризует квантовые биения, происходящие при переходах между уровнями, а второе, названное авторами кинетическим – кинетику выбывания частиц из ансамбля.

В ходе расчётов рассмотрена динамика исследуемой системы для различных состояний  $|\psi_3\rangle$ . Найдены режимы, при которых квантовые биения наблюдаться не будут.