

Нелинейные волны в бета плазме с учетом трения

между ионами и электронами

Егорова Елена Револьевна

аспирант

Якутский государственный университет им. М.К. Аммосова, Якутск, Россия

E-mail: pm-99-1@mail.ru

Физические процессы и явления, происходящие в природе, как правило, носят сложный, нелинейный характер. Это приводит к тому, что математические модели реальных процессов оказываются нелинейными. В настоящее время интерес к таким процессам усилился. Большой интерес в научной среде вызывают уединенные волны, описывающие волновые процессы в диспергирующих и диссипативных средах.

Данная работа посвящена анализу изотермической модели двух жидкостей с учетом трения между данными жидкостями. Здесь рассмотрена система уравнений для модели двух жидкостей столкновительной плазмы в однородном магнитном поле с холодными ионами и нагретыми электронами. В модели добавлены компоненты трения

$+ \frac{m_e \hat{n}_e}{\tau_e} (\hat{v}_e \hat{v}_i)$ и $- \frac{m_e \hat{n}_e}{\tau_e} (\hat{v}_e \hat{v}_i)$ к уравнениям импульса для ионной и электронной

жидкости, соответственно.

После процедуры обезразмеривания получаем систему уравнений для плоской волны:

$$\begin{aligned} \frac{dn}{dt} &= -n \frac{\partial u}{\partial x}, \\ \frac{du}{dt} &= -\frac{n^{-1}}{2} \frac{\partial (By^2 + Bz^2)}{\partial x}, \\ \frac{dv}{dt} &= n^{-1} B_x \frac{\partial B_y}{\partial x} - R_e^{-1} \frac{d}{dt} \left(n^{-1} \frac{\partial B_z}{\partial x} \right), \\ \frac{d\omega}{dt} &= n^{-1} B_x \frac{\partial B_z}{\partial x} + R_e^{-1} \frac{d}{dt} \left(n^{-1} \frac{\partial B_y}{\partial x} \right), \\ \frac{dB_y}{dt} &= B_x \frac{\partial v}{\partial x} - B_y \frac{\partial u}{\partial x} + R_i^{-1} \frac{\partial}{\partial x} \frac{d\omega}{dt} - \varepsilon \frac{\partial^2 B_y}{\partial x^2}, \\ \frac{dB_z}{dt} &= B_x \frac{\partial \omega}{\partial x} - B_z \frac{\partial u}{\partial x} - R_i^{-1} \frac{\partial}{\partial x} \frac{dv}{dt} - \varepsilon \frac{\partial^2 B_z}{\partial x^2}. \end{aligned} \quad (1)$$

Так как (1) является несимметричной системой, то отсюда следует присутствие нелинейностей в данной модели. Из (1) выводим дисперсионное соотношение, которое имеет после серии математических упрощений следующий вид:

$$\begin{aligned} V^4 [t^4 + 2\varepsilon t^3 + e^2 t^2 - t^2 \cos^2 \theta + t^2 + t^2 \cos^2 \theta (R_i^{-2} + R_e^{-2}) + \varepsilon t + \varepsilon t \cos^2 \theta + \\ + \cos^2 \theta] + V^2 [2t^2 + 2\varepsilon t + \cos^2 \theta + 1] + 1 = 0 \end{aligned} \quad (2)$$

где $t = i\omega$, $V = \frac{k}{t}$.

Корни уравнения (2):

$$\begin{aligned} V_1^+ &= \sqrt{\frac{-1 - \cos^2 \theta - 2t^2 - 2\varepsilon t - 0.5 \sqrt{\sin^4 \theta - 4t^2 \cos^2 \theta (R_i^{-1} - R_e^{-2})^2}}{2(t(t + \varepsilon)(1 + \varepsilon + t + \cos^2 \theta) + \cos^2 \theta (1 + t^2 (R_i^{-1} - R_e^{-1})^2))}} \\ V_1^- &= -\sqrt{\frac{-1 - \cos^2 \theta - 2t^2 - 2\varepsilon t - 0.5 \sqrt{\sin^4 \theta - 4t^2 \cos^2 \theta (R_i^{-1} - R_e^{-2})^2}}{2(t(t + \varepsilon)(1 + \varepsilon + t + \cos^2 \theta) + \cos^2 \theta (1 + t^2 (R_i^{-1} - R_e^{-1})^2))}} \end{aligned}$$

$$V_2^+ = \sqrt{\frac{-1 - \cos^2 \theta - 2t^2 - 2\epsilon t + 0.5 \sqrt{\sin^4 \theta - 4t^2 \cos^2 \theta (R_i^{-1} - R_e^{-2})^2}}{2(t(t+\epsilon)(1+\epsilon+t+\cos^2 \theta) + \cos^2 \theta (1+t^2(R_i^{-1} - R_e^{-1})^2))}}$$

$$V_2^- = -\sqrt{\frac{-1 - \cos^2 \theta - 2t^2 - 2\epsilon t + 0.5 \sqrt{\sin^4 \theta - 4t^2 \cos^2 \theta (R_i^{-1} - R_e^{-2})^2}}{2(t(t+\epsilon)(1+\epsilon+t+\cos^2 \theta) + \cos^2 \theta (1+t^2(R_i^{-1} - R_e^{-1})^2))}}.$$

Что означает распад дисперсионного соотношения на 4 ветви с комплексными значениями. Используя, полученные корни построены дисперсионные диаграммы:

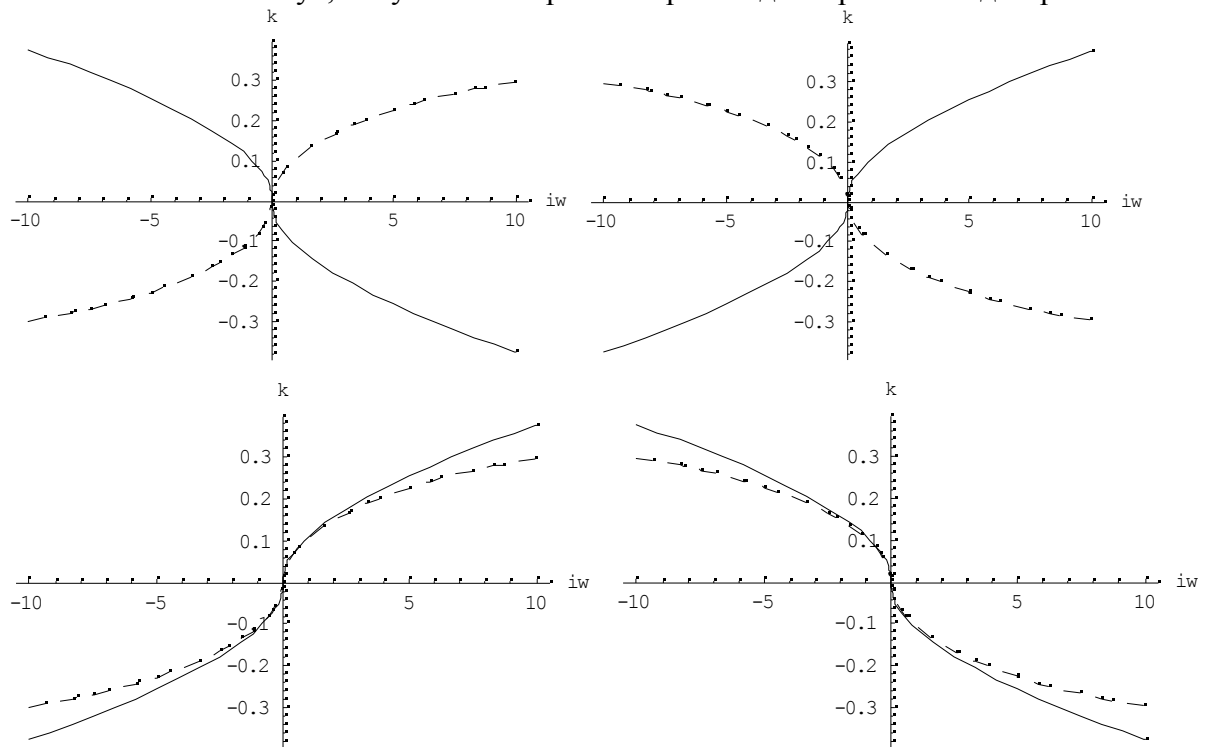


Рис 1 Ветви дисперсионного соотношения $\omega = \omega(k)$ в пределе холодной плазмы при $\theta = 0$, $R_e^{-1} = R_i = 0.0234352$, $\epsilon = 0.01$. Первый график слева в первой колонке соответствует V_1^+ , а второй $-V_1^-$. Первый график слева во второй колонке соответствует V_2^+ , а второй $-V_2^-$. Пунктирными линиями обозначены действительные части корней, а сплошными мнимые части.