

Относительная метрическая энтропия зашумленной хаотической системы.

Астахов Сергей Владимирович

инженер

Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского, Саратов, Россия

E-mail: astakhovsv@chaos.ssu.runnet.ru

На сегодняшний день большое внимание уделяется исследованию сложных систем – физических, химических, биологических, экономических, социальных и т.д. В качестве математических моделей таких систем широко используются нелинейные дифференциальные уравнения, демонстрирующие режимы детерминированного хаоса. В случае если математическая модель представляет собой динамическую систему, то в качестве меры сложности процесса, реализуемого такой системой, может быть использована метрическая энтропия Колмогорова [1, 2]. Энтропия Колмогорова равна нулю в случае детерминированного процесса, принимает положительные конечные значения в случае хаотического процесса и обращается в бесконечность в случае процесса стохастического.

Однако, для любых реальных систем всегда справедливо наличие шума, что переводит их в класс стохастических. Таким образом, оценка сложности динамики реальной системы с помощью энтропии Колмогорова не представляется возможной.

В настоящей работе вводится понятие относительной метрической энтропии, которая позволяет производить количественную оценку степени сложности динамики системы, находящейся под действием шума, по ее временной реализации. В отсутствие шума относительная метрическая энтропия представляет собой оценку сверху энтропии Колмогорова рассматриваемой системы. В системе, находящейся под действием шума, относительная метрическая энтропия конечна и возрастает с увеличением интенсивности шумового воздействия.

Для определения понятия относительной метрической энтропии используются алгоритмы численного статистического анализа динамики по Recurrence Plots [3, 4].

Анализ относительной метрической энтропии дает больше информации о перемешивающих свойствах зашумленной системы, чем анализ характеристических показателей Ляпунова, что демонстрируется на примере хаотической системы Ресслера, находящейся под действием шума.

Литература

1. Колмогоров А.Н. Об энтропии на единицу времени как метрическом инварианте автоморфизмов// ДАН СССР. 1959. Т. 124.
2. Синай Я.Г. О понятии энтропии динамической системы// ДАН СССР. 1959. Т. 124.
3. Faure Ph., Korn H. A new method to estimate Kolmogorov entropy from recurrence plots: its application to neural signals// Physica D. 1998. V. 122. P. 265.
4. Thiel M., Romano M.C., Kurths J. Analytical description of recurrence plots of white noise and chaotic processes// Izv. VUZ. AND. 2003. V. 11. № 3.