

**Конечно порожденные проективные модули над обобщениями кольца  
псевдорациональных чисел**

**Зиновьев Егор Геннадьевич**

аспирант

Томский государственный университет, Томск, Россия

E-mail: [Egor.Zinoviev@mail.ru](mailto:Egor.Zinoviev@mail.ru)

Смешанная абелева группа  $A$  называется  $sr$ -группой, если естественное вложение  $\bigoplus_{p \in P} A_p \rightarrow A$  продолжается до сервантного вложения  $A \rightarrow \prod_{p \in P} A_p$ , где  $A_p$  – наибольшая подгруппа в  $A$ , являющаяся  $p$ -группой. В [1] показано, что  $sr$ -группа является модулем над кольцом псевдорациональных чисел. Кольцо псевдорациональных чисел рассматривается в [1–3]. Известно строение идеалов, факторколец кольца псевдорациональных чисел, описаны инъективные и проективные модули над таким кольцом [1–5].

В настоящей работе рассматриваются конечно порожденные проективные модули над  $csp$ -кольцами.  $csp$ -кольцо появилось как обобщение кольца псевдорациональных чисел.

Буква  $p$  обозначает простое число,  $Z_{p^k}$  – кольцо вычетов по модулю  $p^k$ ,  $\hat{Z}_p$  – кольцо целых  $p$ -адических чисел,  $N$  – множество натуральных чисел,  $Q$  – поле рациональных чисел.

**Определение.** Пусть  $P$  – некоторое бесконечное множество простых чисел. Для каждого  $p \in P$  пусть  $R_p = Z_{p^k}$ , где  $k \in N$ , или  $R_p = \hat{Z}_p$ . Положим  $K = \prod_{p \in P} R_p$ ,  $T = \bigoplus_{p \in P} R_p$ .

Подкольцо  $R$  кольца  $K$  назовем  $csp$ -кольцом, если  $T \subset R$  и  $R/T$  – некоторое поле.

Если все  $R_p = \hat{Z}_p$  и  $R/T \cong Q$ , то  $R$  называется кольцом псевдорациональных чисел. Некоторые результаты о  $csp$ -кольцах и модулях над ними можно найти в [6].

Получен следующий основной результат данной работы.

**Теорема.** Пусть  $P$  – конечно порожденный проективный  $R$ -модуль. Тогда либо  $P$  – конечная прямая сумма циклических  $R_p$ -модулей, либо

$$R^n \oplus A \cong P \oplus B,$$

где  $A$  и  $B$  – конечные прямые суммы циклических  $R_p$ -модулей,  $n \in N$ .

### Литература

1. Крылов П.А., Пахомова Е.Г., Подберезина Е.И. Об одном классе смешанных абелевых групп // Вестник ТГУ. – Томск, 2000. – Т.269. – С. 29–34.
2. Fomin A.A. Some mixed abelian groups as modules over the ring of pseudo-rational numbers // Trends in Math. – Switzerland: Birkhaeuser Verlag Basel, 1999. – P. 87 – 100.
3. Крылов П.А. Смешанные абелевы группы как модули над своими кольцами эндоморфизмов // Фундам. и прикл. матем. 2000. – Т.6, №3. – С. 793–812.
4. Чеглякова С.В. Инъективные модули над кольцом псевдорациональных чисел // Фундам. и прикл. матем. 2001. Т.7, №2. – С. 627–629.
5. Царев А.В. Проективные и образующие модули над кольцом псевдорациональных чисел // Матем. заметки. 2006. – Т.80, №3. – С. 437–448.
6. Зиновьев Е.Г. Об одном обобщении кольца псевдорациональных чисел // Вестник ТГУ. – Томск, 2006. – Т.290. – С. 46–47.