

Сильно бескубные слова

и свободная бернсайдова полугруппа с тождеством $x^2 = x^3$

Плющенко Андрей Николаевич

студент-магистрант, бакалавр математики

Уральский государственный университет им А. М. Горького, математико-механический факультет, Екатеринбург, Россия

E-mail: plush@mail.ur.ru

Свободной бернсайдовой полугруппой называется относительно свободная полугруппа с тождеством $x^n = x^m$. Её элементами являются классы эквивалентных слов. Важнейшая проблема — *проблема равенства слов* — заключается в том, чтобы по двум произвольно заданным словам определить, эквивалентны они или нет.

Проблеме равенства слов в свободных бернсайдовых полугруппах посвящено немало исследований. К настоящему времени проблему равенства удалось решить для случая $n \geq 3$ и произвольного m . Для случая $n \leq 2$ проблема до сих пор не решена. Данная работа является шагом в направлении решения проблемы для свободной бернсайдовой полугруппы с тождеством $x^2 = x^3$ и двумя образующими.

Один из возможных путей решения проблемы равенства слов состоит в том, чтобы в каждом классе эквивалентности выбрать подходящим образом канонического представителя. Тогда решение проблемы сводится к нахождению по данному слову его представителя. В [4] доказывается, что в одном классе эквивалентности не может содержаться более одного слова Туэ-Морса. Таким образом, слова Туэ-Морса могут служить каноническими представителями своих классов. С другой стороны, согласно [3], произвольное сильно бескубное слово в некотором смысле очень похоже на подходящее слово Туэ-Морса. Поэтому интересным является вопрос о том, как распределены по классам эквивалентности сильно бескубные слова. Е. В. Сухановым была выдвинута гипотеза о том, что *никакие два сильно бескубных слова не эквивалентны*. Целью данной работы является доказательство истинности сформулированной выше гипотезы. Таким образом, если мы научимся находить по заданному слову эквивалентное ему сильно бескубное (или определять, что таких сильно бескубных слов нет), проблема равенства будет решена для довольно широкого класса слов.

Литература

1. Green J. A., Rees D. (1952) On semigroups in which $x^r = x$. // *Proc. Cambridge Philos. Soc.*, 48:35–40.
2. Guba V. S. (1993) The word problem for the relatively free semigroups satisfying $t^m = t^{m+n}$ with $m \geq 3$. // *International Journal of Algebra and Computation*, 2(3):335–348.
3. Do Lago A. P. (1998) Maximal groups in free Burnside semigroups. // In C. L. Lucchesi and A. V. Moura editors, *Lecture Notes in Computer Science* Vol. 1380, pp. 70–81, Berlin. Springer-Verlag.
4. Kačourek L., Polák J. (1990) On free semigroups satisfying $x^r \cong x$. // *Simon Stevin*, 64(1):3–19.
5. Do Lago A. P. (1996) On the Burnside semigroups $x^2 = x^3$. // *International Journal of Algebra and Computation*, 6(2):179–227.
6. Shur A. M. (1996) Overlap-free words and Thue-Morse sequences. // *International Journal of Algebra and Computation*, 6(3):353–367.
7. Бакиров М. Ф., Суханов Е. В. (2000) Слова Туэ-Морса и D -строение свободной бернсайдовой полугруппы. // *Известия Уральского гос. университета*, серия «Математика и механика», 18(3):5–19.
8. Лаллеман Ж. (1985) Полугруппы и комбинаторные приложения. М.: Мир.