Нелинейная задача о поведении боковины пневматической шины

Бегишева Лилия Рустамовна, Гарифуллина Гульназ Ильдаровна
студенты
Казанский государственный университет им. В. И. Ульянова-Ленина, Казань, Россия
E-mail: liliaru@mail.ru, ggi86@yandex.ru

Пневматические шины являются наиболее распространенными в транспортных системах движителями. Они должны обеспечивать: хорошее сцепление с поверхностью дороги и бесшумность хода, смягчать толчки и удары при наезде на препятствия и неровности дороги. Кроме того, комфортабельность перевозки пассажиров, безопасность движения на больших скоростях, увеличение ее грузоподъемности делают задачу расчета шин актуальной задачей механики [1].

В данной работе рассматривается задача о поведении боковины пневматической шины, изготовленной из материала, который при деформации не меняет свой объём. Таким материалом является резина. Будем рассматривать конечные деформации. Разбираются статическая и динамическая постановки задачи. Для удобства введено цилиндрическая система координат. Дифференциальное уравнение, описывающее движение среды, имеет вид [2]:

$$\nabla\widehat{P} = \rho_0 \ddot{\widehat{R}}; \qquad (1)$$

здесь $\widehat{P}$ - тензор Пиолы, ρ_0 - плотность материала среды.

Уравнение (1) приводится к следующей системе двух нелинейных уравнений:

$$\begin{cases} \left[k\left(R' + \dfrac{R}{r}\right)\right]' - kR\psi'^2 = \rho_0\left(\ddot{R} - R\dot{\psi}^2\right), \\ \left(kR\psi'\right)' + k\left(R' + \dfrac{R}{r}\right)\psi' = \rho_0\left(R\ddot{\psi} + 2\dot{R}\dot{\psi}\right); \end{cases} \qquad (2)$$

описывающей динамический процесс распространения волн: волны, которые идут вдоль радиуса (волны расширения или сжатия), и волны сдвига - в тангенциальном направлении.

Боковина шины представляет собой полый цилиндр, подвергающийся кручению. Его внутренняя поверхность скреплена с жестким ободом колеса, наружная - с твердым протектором, подкрепленным брекером. Учитывая следующие граничные условия:

$$\begin{cases} \psi(r_0) = \psi_0, \\ \psi(r_1) = 0; \end{cases} \quad \begin{cases} R(r_0) = r_0, \\ R(r_1) = r_1. \end{cases} \qquad (3)$$

находим решение системы уравнений (2):

$$xy(x) = \frac{\sqrt{f(x,\beta)}}{\beta^2 - 1}, \quad \sin\psi(x) = \frac{\beta^2 - x^2}{\sqrt{f(x,\beta)}}\sin\psi_0; \qquad (4)$$

здесь $x = \dfrac{r}{r_0}$, $y = \dfrac{R}{r_0}$.

В соответствии с формулами (4) построено поле деформаций. При кручении боковины обнаруживается эффект Суюншкалиева - при кручении такого цилиндра радиус материальной окружности уменьшается и возникает натяг.

Были исследованы частные случаи задачи: при отсутствии сдвига, при отсутствии дилатации и при малых сдвигах.

В заключение заметим, что задача оказалась интересной с точки зрения изучения нелинейных деформаций с учетом ее актуальности и практической значимости.

Литература:

1. Б.Е. Победря. Численные методы в теории упругости и пластичности. Издательство МГУ 1995. 366 с.
2. А.И.Лурье. Нелинейная теория упругости. Наука, М. 1980.