Секция «МАТЕМАТИКА И МЕХАНИКА»

ПОДСЕКЦИЯ «МАТЕМАТИКА»

Мобильное обучение

Н.В. Баранова
Санкт-Петербургский Государственный Университет, Россия
E-mail: estel001@mail.ru

Сегодня во всем мире существует большой интерес к дистанционному обучению (**ДО**). Этот интерес имеет вполне объективную основу. Технический прогресс и появление новых специальностей вызывает рост потребности людей в эффективном образовании, повышении квалификации, переподготовке и дополнительном профессиональном образовании. При этом растущий динамизм жизни вызывает потребность в мобильных учебных системах. С другой стороны учебные заведения заинтересованы в расширении собственной аудитории и развитии системы платных образовательных услуг.

Одну из основных ролей в дистанционном обучении сейчас играет персональный компьютер. Именно распространенность ПК привела к повсеместному внедрению и изучению дистанционных методов в образовании. Сеть Интернет открыла новые перспективы в образовании. Учащемуся обеспечиваются возможности, свойственные очному обучению, а также целый ряд дополнительных, возникающих в связи с развитием современных информационных технологий. Среди них: возможность *учиться в индивидуальном режиме, независимо от места и времени, получение образования непрерывно и по индивидуальной траектории, учеба в территориально удаленном заведении* и многое другое.

В настоящее время максимальная мощность процессоров уже практически достигнута. Но этого нельзя сказать о размерах. Растет число и технологическое совершенство карманных компьютеров (КПК), они становятся все более доступными населению. Все чаще в КПК встраивают средства сотовой связи, а сотовые телефоны все больше напоминают КПК. Благодаря технологиям GPRS (*General Packet Radio Service* – технология беспроводной пакетной передачи данных с мобильного телефона на больших скоростях) и J2ME (*Java*™2, *Micro Edition* – набор технологий и спецификаций), базовые возможности телефона можно расширить с помощью динамичных интерактивных приложений (таких, как игры, офисные приложения...).

Специально для просмотра электронных страниц сети с помощью сотовых телефонов были разработаны wap-протокол и язык разметки WML (Wireless Market Language), а с появлением больших цветных экранов появилась возможность просматривать и HTML-страницы. А пропускная способность сотовых сетей третьего поколения позволяет передачу и просмотр потокового видео в реальном времени.

Таким образом, мы можем говорить о новой форме обучения — **мобильном обучении (МО)** — дистанционном обучении с использованием карманных компьютеров и сотовых телефонов.

Ученик может больше не привязывать себя к персональному компьютеру, мобильное устройство обеспечит ему доступ к преподавателю и практически ко всей возможной информации в любом месте в любое время. В то же время учитель легко может связаться с учеником. Повышается оперативность, индивидуальный подход к каждому ученику, насыщенность информацией, возможность творческой самореализации.

Наиболее многообещающие и продуктивные методы МО:

1. Участие в чатах, телеконференциях, на форумах.
2. Дистанционное тестирование.
3. On-line игры и прочие интерактивные обучающие программы.

Конечно, мобильное обучение имеет свои трудности и недостатки.

Одна из основных проблем ДО — *идентификация студента.* Кто пишет промежуточный или итоговый тест проверить практически невозможно. Поэтому дистанционные программы зачастую включают в себя и обязательную очную сессию, в ходе которой студенты на месте сдают экзамены — не виртуально, а на самом деле.

Кроме того, для организации учебных и экзаменационных телеконференций бывает *недостаточно пропускной способности* телефонных сетей разных стран. Это актуально как для модемных линий, так и для сетей сотовой связи.

Другие проблемы имеют психологическую окраску. Принято считать, что часть педагогов не воспринимают новейшие технологии из-за их сложности, боязни техники.

Наконец, есть трудности, связанные непосредственно со спецификой использования мобильных устройств. Это относительно *небольшие размеры экрана, низкая читаемость текста и зачастую отсутствие полноразмерной клавиатуры*, что затрудняет ввод информации. Поэтому использование мобильных устройств в обучении влечет создание адаптированных под мобильные устройства образовательных сред, wap-сайтов и проч.

Не стоит рассматривать мобильное обучение как полноценную замену «компьютерного». Лучше всего создавать комплексы, работающие одновременно с мобильными и с компьютерными терминалами. Мобильное обучение — это важная *составляющая* дистанционного обучения, также как применение дистанционного обучения не отменяет традиционные составляющие учебного процесса.

Сейчас,дистанционные образовательные бизнес-программы составляют около 25% всех дистанционных образовательных программ в Америке. Такие компании как General Motors, Ford, Wal-Mart, Federal Express осуществляют повышение квалификации персонала через частные корпоративные образовательные сети. В Германии для некоторых специальностей практически невозможно продвижение по службе без непрерывного дополнительного обучения и, следовательно, совершенствования.

С распространением современных технологий мобильной связи в России вскоре начнёт развиваться и отрасль мобильного обучения. Вследствие этого сгладится разрыв между получением общей теоретической подготовки в стенах вузов с одной стороны и обучением на рабочем месте и получением профессионального опыта с другой стороны. Мобильное и дистанционное обучение позволяют задействовать лучшие информационные и человеческие ресурсы повсеместно и их экономическая эффективность выше по сравнению с традиционными очными формами обучения. Мобильное обучение в особенности способно сочетать гибкость с экономией на масштабе.

Мобильное образование – один из наиболее подходящих видов деятельности направленный на успешную реализацию непрерывного обучения.

Литература

1. А.В. Хуторской. Интернет в школе. Практикум по дистанционному обучению. М., 2000, с.298.

2. А.В. Юрков. «Введение в дистанционное образование».

3. А.Д. Ханнанов. «Коммуникационные модели образовательного Рунета» // Российская сеть информационного общества (http://www.isn.ru/info/seminar-doc/Khannanov.doc), 2001.

4. Елена Гаевская. «Виртуальные конференции: опыт участия и проведения».

5. Шапиро К.В. «Вопросы Интернет-образования» // ФИО, Московский Центр Интернет-образования (http://vio.fio.ru), 2003.

6. http://db.informika.ru

7. http://www.computerra.ru – Журнал «КомпьюТерра».

Упруго-пластическое деформирование биметаллической заготовки

М.Е. Басин, М.Г. Бояршинов, Г.Л. Колмогоров

Пермский Государственный Технический Университет,
факультет Прикладной Математики и Механики

В работе рассматривается задача высокоскоростного гидродинамического волочения. Принимаются следующие допущения: рассматриваемый процесс является нестационарным, осесимметричным, неизотермическим; волока считается упругой, однородной, изотропной; смазка полагается вязкой, несжимаемой; пруток состоит из отличающихся по своим свойствам изотропных материалов с первоначально известной границей раздела; массовые силы отсутствуют или вектор массовых сил равен 0.

Разработан алгоритм совместного решения задач упругопластического деформирования инструмента и изделия, движения жидкости, позволяющий исследовать характеристики процесса в зависимости от времени.

Используется теория пластического течения с анизотропным упрочнением при анализе напряженного-деформитрованного состояния материала.

Для реализации численного алгоритма применяется метод Галеркина с конечно-элементной аппроксимацией решения. Используется аппроксимация первого и второго порядков. При решении полученных нестационарных уравнений используется разностная схема Кранка-Николсона.

Получены зависимости температуры, компонент тензоров деформаций и напряжений при обработке дисперсноупрочненного композиционного материала на основе порошковой меди КМ-4 от геометрических параметров инструмента, скорости обработки и коэффициента трения между инструментом и изделием. Определены зоны упругости и пластичности в биметаллическом изделии.

Асимптотики собственных элементов оператора Шредингера

А.Р. Бикметов
Башкирский государственный педагогический университет

Рассматривается возмущенная краевая задача для оператора Шредингера в ограниченной трехмерной области с граничным условием Дирихле на границе. Возмущение описывается потенциалом, принимающим большие значения, но носитель которого сжимается в точку. Рассматриваемая задача соответствует задаче о потенциальной яме с бесконечно высокими стенками, когда на дне ямы присутствует узкий конечный всплеск [1]. Методом согласования асимптотических разложений [2], построены и строго обоснованы полные асимптотические разложения собственных значений и соответствующих собственных функций по малому параметру, характеризующему возмущение. Кроме того, получены явные формулы для главных членов асимптотических разложений.

Литература

1. Ландау Л.Д., Лившиц Е.М. Теоретическая физика. Т.3. Квантовая механика. Нерелятивистская теория. М. Наука, 1989, С 768.

2. Ильин А.М. Согласование асимптотических разложений решений краевых задач. М., Наука, 1989, С 336.

Разрешимость пары взаимно сопряженных задач для уравнения Соболевского типа в нецилиндрической области

М.В. Винокур
Челябинский государственный университет

Пусть Q-область пространства R^{n+1}.Q_T={(x,t)|x из Q,t из [0,T]}.Ω_τ будем называть проекцию сечения области Q гиперплоскостью t=τ на гиперплоскость t=0. Будем предполагать, что Ω_0 не пуста и область Q_T «сужается», т.е. для любых t_1, t_2 таких, что $0\le t_1\le t_2\le T$ Ω_{t1} включает Ω_{t2}. Такую область можно представить в виде Q_T={(x,t)| x из Ω_0, $0<t<\psi(x)$}, где функция $\psi(x)$ есть точная верхняя грань множества таких t, что отрезок с концами в точках (0,x) и (x,t) лежит в Q_T.

В «сужающемся криволинейном циллиндре» Q_T рассматривается вторая краевая задача для уравнения соболевского типа с переменными коэффициентами:

$\operatorname{div}(k(x,t)\ \operatorname{grad} u_t(x,t))=b(x,t)u(x,t)+f(x,t)$ (1)

$\operatorname{grad} u(x,t)|_{t=0}=\operatorname{grad}\varphi(x)$, x из Ω_0 (2) $\partial u_t(x,t)/\partial v_x|_\Gamma=0, t>0.$ (3)

и сопряженная к ней:

$-\operatorname{div}(k(x,t)\ \operatorname{grad} v(x,t))_t=b(x,t)v(x,t)+f(x,t)$, (x,t) из Q_T (4)

$\partial v(x,t)/\partial v_x|_\Gamma=0, t>0$ (5) $v(x,T)=0$, (5)

где f из H*. При этом областью определения решения сопряженной задачи является область, расширяющаяся в зависимости от времени.

Введена билинейная форма на H→W, определенная равенством:

$B(u,v)=\langle k(x,t)\ \operatorname{grad} u_t, \operatorname{grad} v\rangle+\langle b(x,t)u,v\rangle$,

порождающая пару взаимно сопряженных ограниченных операторов: L:H→W*, L*:W*→H. W − пространство Соболева $W_2^{0,1}$, H={u из W, u_t из W*, $u|_{t=0}=0$}.

Обобщенным решением задачи (1)-(3) в QT будем называть функцию u(x,t), такую, что при T>0 функция $U(x,t)=u(x,t)-\varphi(x)$ принадлежит пространству $H(Q_T)$ и удовлетворяет уравнению LU=F(x,t), где $F(x,t)=f(x,t)+b(x,t)\varphi(x)$.

Обобщенным решением сопряженной задачи (4)-(6) в Q_T будем называть функцию v(x,t), из пространства W(Qт), которая удовлетворяет уравнению $L^*v=f(x,t)+b(x,t)\varphi(x)$.

Следующая теорема по существу гарантирует однозначную разрешимость задач (1)-(3)и (4)-(6).

Теорема Пусть область Q_T «сужается». $\psi(x)$ − гладкая функция, $\operatorname{grad}\psi(x)\ne 0$. Функции, являющиеся коэффициентами уравнения удовлетворяют условиям: $0<b\le b(x,t)\le B$, $0<k\le k(x,t)\le K$, для всех (x,t) из Q_T. Тогда операторы L:H→W* и L*:W*→H биективны.

Классификация четно-однородных супермногообразий нечетной размерности 3 на комплексной проективной прямой

Е.Г. Вишнякова
Тверской Государственный Университет

Компактное комплексное супермногообразие называется четно-однородным,если супералгебра Ли векторных полей на нем 0-транзитивна,то есть порождает четную часть касательного суперпространства в каждой точке. Рассматривается задача классификации четно-однородных супермногообразий, редукцией которых является заданное компактное комплексное однородное пространство. Существуют подходы, сводящие эту задачу к вычислениям групп когомологий со значениями в касательных пучках расщепимых супермногообразий и описанию орбит некоторых групп линейных преобразований.

В представляемой на конференцию работе построен базис в пространстве 1-когомологий со значениями в касательных пучках расщепимых супермногообразий произвольной нечетной размерности m, редукцией которых является сфера Римана, что играет основную роль в классификации. В случае m=3 каждый коцикл из этого пространства соответствует некоторому супермногообразию (следствие из теоремы Грина, см. [1]). В этом случае в [1] были найдены коциклы, отвечающие четно-однородным супермногообразиям. В представляемой работе доказательства из [1] упрощены. Вычислены группы автоморфизмов расслоений, которые соответствуют ретрактам четно-однородных супермногообразий, и коциклы, отвечающие четно-однородным супермногообразиям, классифицированы с точностью до эквиваленоси относительно действия этих групп.

Литература

1. Бунегина В.А., Онищик А.Л. «Однородные супермногообразия, связанные с комплексной проективной прямой» // Алгебраическая геометрия — 1. Современная математика и ее приложения, т. 19. М., ВИНИТИ, 2001, С. 141-180

О сходимости решения сингулярно возмущенных задач Дирихле и Неймана для системы уравнений Ламэ

Д.Б. Давлетов
Башкирский государственный педагогический университет

В работе рассматриваются возмущенные задачи Дирихле и Неймана для системы уравнений Ламэ в области с малым отверстием. Содержанием работы является доказательство сходимости решений таких сингулярно возмущенных задач к решениям соответствующих предельных задач в соболевских пространствах. Результаты исследования сформулированы в виде двух теорем.

УДК 517.984.54

К обратной спектральной задаче для степени оператора Лапласа с потенциалом на многомерном параллелепипеде

Дубровский В.В. (мл.)
Магнитогорский государственный университет,(Россия)

Пусть $\Pi_n = \{(x_1, x_2, \dots, x_n) \mid 0 \le x_j \le a_j, a_j > 0, j = 1, 2, \dots, n\}$ – n-мерный параллелепипед. Рассмотрим в $L_2(\Pi_n)$ оператор T_0, определяемый краевой задачей Дирихле для однородного уравнения Гельмгольца.

Введем оператор $T = \int_0^\infty \lambda^\beta dE(\lambda)$

где $E(\lambda)$ – спектральное разложение единицы оператора T_0, степень $\beta \ge n/2$, $\lambda^\beta > 0$ при $\lambda > 0$. Будем предполагать, что числа a_j^2/a_k^2 $(j=k)$ – иррациональны. Тогда спектр $\sigma(T)=\{\lambda_t\}_{t=1}^\infty$ – однократный. Пусть P – оператор умножения на функцию $p \in L_2(\Pi_n)$, часто называемую потенциалом.

С помощью теории регуляризованных следов операторов и принципа сжимающих отображений С. Банаха доказана теорема о существовании и единственности потенциала p, удовлетворяющего следующим условиям:

$$\|p\|_{L_2(\Pi_n)} \le \frac{1}{4} \min_{\substack{k,l \in \mathrm{N} \\ k \ne l}} \rho(\lambda_k, \lambda_l) \quad ,$$

$$p(a_1 - x_1, x_2, \dots, x_n) = p(x_1, a_2 - x_2, \dots, x_n) = p(x_1, \dots, a_n - x_n) = p(x_1, \dots, x_n)$$

для почти всех $(x_1, x_2, \dots, x_n) \in \Pi_n$,

$$\int \dots \int_{\Pi_n} p(x_1, \dots, x_n) \prod_{j=1}^n \cos\left(\frac{2\pi m_j x_j}{a_j}\right) dx_1 \dots dx_n = 0 \quad \prod_{j=1}^n m_j = 0, \quad m_j = \overline{0, \infty}$$

восстановленного по заданной последовательности $\{\mu_t\}_{t=1}^\infty$, в определенном смысле близкой к $\{\lambda_t\}_{t=1}^\infty$, и такого, что $\sigma(T+P)=\{\mu_t\}_{t=1}^\infty$.

Работа поддержана грантом для аспирантов вузов Федерального агентства по образованию Российской Федерации (шифр А04-2.8-1061).

О некоторых обобщениях преобразования Хартли

Т. В. Елисеева
Пензенский государственный педагогический университет им. В. Г. Белинского

В работе приведено обобщение преобразования Хартли на прямой: прямое преобразование Хартли $\mathrm{H}(\lambda)$ функции $f(x)$

$$\mathrm{H}(\lambda)= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} (\cos \lambda\xi + k \sin \lambda\xi)\; f(\xi)\; d\xi\ ;$$

обратное преобразование Хартли

$$f(x)= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} (\cos \lambda x + 1/k \sin \lambda x)\; \mathrm{H}(\lambda)\; d\lambda.$$

При $k = 1$ получаем классическое преобразование Хартли [1].
Определено преобразование Хартли на кусочно-однородной прямой.
Рассмотрим кусочно-однородную прямую

$$D = \{x:\ x \in \bigcup_{j=0}^{n} (l_j\ ;\ l_{j+1});\ -\infty = l_0 < l_1 < l_2 < \ldots < l_n < l_{n+1} = \infty\}.$$

Определим преобразование Хартли функции f(x)

$$f(x)=\theta(l_1-x)f_1(x)+\theta(x-l_1)\theta(l_2-x)f_2(x)+\ldots+\theta(x-l_{n-1})\theta(l_n-x)f_n(x)+\ \theta(x-l_n)f_{n+1}(x)$$

следующим образом

$$H(\lambda)= r_1 \int_{-\infty}^{l_1} \left(\mathrm{Re} V_1(\lambda,\xi)+ k\, \mathrm{Im} V_1(\lambda,\xi)\right) f_1(\xi) d\xi + \ldots +$$

$$+ r_{n+1} \int_{l_n}^{\infty} \left(\mathrm{Re} V_{n+1}(\lambda,\xi)+ k\, \mathrm{Im} V_{n+1}(\lambda,\xi)\right) f_{n+1}(\xi) d\xi,$$

где V_j – собственные функции, r_j – некоторые коэффициенты.
Обратное преобразование Хартли задается формулой

$$f_j(x)= \int_{-\infty}^{\infty} \left(\mathrm{Re} V_j(\lambda, x)+ \frac{1}{k} \mathrm{Im} V_j(\lambda, x) \right) H(\lambda) d\lambda, \quad j=1,\ldots,n+1.$$

Литература

1. Брейсуэлл Р. Преобразование Хартли. М., 1990, 175 с.

Аппроксимация полиномами в весовом пространстве бесконечно дифференцируемых функций

Ю.Ю. Заозерский
Уфимский Государственный Авиационный Технический Университет
Россия

Пусть $M=(M_k)^{\infty}_{k=0}$ – неквазианалитическая возрастающая логарифмически выпуклая последовательность положительных чисел, удовлетворяющая условию:

$$\lim_{k\to\infty}\left(\frac{M_{k+1}}{M_k}\right)^{\frac{1}{k}}=1$$

Пусть $(\varepsilon_m)^{\infty}_{m-1}$– убывающая к нулю последовательность положительных чисел, $\sigma>0$.

Пусть $\varphi=(\varphi_m)^{\infty}_{m-1}$ – убывающая последовательность непрерывных функций φ_m на числовой прямой таких, что:

1. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\varphi_m(x)}{|x|}=+\infty$

2.. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\varphi_m(x)-\varphi_{m+1}(x)\right)=+\infty$

Через $G(\varphi)$ обозначим проективный предел банаховых пространств

$$G(\varphi_m)=\left\{f\in C^{\infty}(\mathrm{R}):\|f\|_m=\sup_{x\in\mathrm{R},k\in Z_+}\frac{\left|f^{(k)}(x)\right|}{(\sigma+\varepsilon_m)^k M_k\exp(\varphi_m(x))}<\infty\right\},m\in\mathrm{R}.$$

Справедлива

Теорема. Многочлены плотны в $G(\varphi)$.

В предположении, что $\varphi_m(x)=\varphi(x)-m\ln(1+|x|)$

где $\varphi(x)$– выпуклая функция на числовой прямой, удовлетворяющая при $\mu>0$ условию $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\varphi(x)}{|x|^{\mu}}=+\infty$, данный результат получен в [1].

Литература

1. Мусин И.Х. «Теорема типа Пэли-Винера для весового пространства бесконечно дифференцируемых функций» // Изв. РАН. Сер. матем., 2000, Т.64, №6, С. 181-204.

О численном исследовании асимптотической устойчивости решенийлинейной системы с периодическими коэффициентами

Ю.Ю. Клевцова

Новосибирский Государственный Университет

Рассмотрим линейную систему дифференциальных уравнений:

$$\frac{dy}{dt}=A(t)y,\quad t>0 \qquad (1)$$

где $A(t)$ — периодическая матрица. Цель работы — численные исследования асимптотической устойчивости решений системы (1). Хорошо известно, что нахождение собственных значений неэрмитовых матриц на ЭВМ является плохо обусловленной задачей, поэтому при решении конкретных задач помимо спектральных критериев асимптотической устойчивости зачастую необходимо использовать другие критерии. В случае постоянных матриц, известен критерий асимптотической устойчивости нулевого решения системы (1), формулируемый в терминах разрешимости матричного уравнения Ляпунова. Использование этого критерия позволяет получить более эффективные алгоритмы численного исследования асимптотической устойчивости (см., например, [1]).

В настоящей работе предлагается новый алгоритм для изучения асимптотической устойчивости решений системы (1), который основан на использовании критерия асимптотической устойчивости решений системы (1), формулируемый в терминах разрешимости специальной краевой задачи для матричного дифференциального уравнения Ляпунова [3].

Автор выражает благодарность профессору Демиденко Г. В. за постановку задач и помощь в работе.

Литература

1. Годунов С. К. Обыкновенные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Новосибирск: Изд-во Новосиб. ун-та, 1994, Т. 1: Краевые задачи, с. 263

2. Демиденко Г. В., Матвеева И. И. “Об устойчивости решений линейных систем с периодическими коэффициентами ”// Сибирский математический журнал, 2001, Т. 42, N2, С. 332-348.

Определение параметров сопряженных винтовых поверхностей

А. В. Колобаев

Тульский государственный университет, Российская Федерация

E-mail: tms@info.uic.tula.ru

В настоящее время актуальной является задача определения профиля режущего инструмента по заданной винтовой поверхности детали в случае, когда инструмент и обрабатываемая винтовая поверхность совершают движение огибания. Бесцентроидное огибание имеет место в случае, когда винтовая поверхность обрабатывается шлифовальным кругом, то есть контакт детали и инструмента происходит по поверхности. Обкат имеет место в случае, когда винтовая поверхность обрабатывается резцом, то есть контакт детали происходит по линии − режущей кромке резца.

Винтовая поверхность представляет собой поверхность, образованную винтовым движением некоторой линии (образующей или профиля) [1].

Для решения задачи профиль винтовой поверхности разбит на i участков и представлен как совокупность точек. Для описания винтового движения точек использована матрица поворота относительно оси [2]. Тогда винтовая поверхность представляет собой семейство винтовых линий, по которым совершают винтовое движение точки профиля.

Огибающая семейства сечений винтовой поверхности детали будет давать среднее сечение инструмента.Для получения каждого сечения необходимо рассечь винтовую поверхность осевой плоскостью.Уравнение общей линии винтовой поверхности и секущей плоскости получается путем совместного решения уравнений семейства винтовых линий с уравнениями осевой плоскости.

На основании вышеизложенного разработан программный комплекс, позволяющий определить произвольное сечение обрабатываемой винтовой поверхности и получить профиль режущего инструмента.

Литература

1. Люкшин В. С. Теория винтовых поверхностей в проектировании режущих инструментов. М., 1968, с. 371.

2.Корн Г.,Корн Т.Справочник по математике для научных работников и инженеров. М., 1973, с. 831.

Про-р-группы с нормальными подгруппами конечной дуальной когомологической размерности.

А.А. Коренев

Белорусский Государственный Университет. Беларусь.

Согласно Лабюту [1], определим n-ую группу когомологий $\mathbf{H}^n(G,A)$ про-р-группы G с коэффициентами в проконечном $\mathbf{F}_p[[G]]$-модуле A, как факторгруппу непрерывных коцепей по группе непрерывных кограниц размерности n.

Определение. Дуальной когомологической размерностью dcd(G) про-р-группы G будем называть наименьшее целое число n, для которого $\mathbf{H}^n(G,\mathbf{F}_p[[G]])\neq 0$. Дуальная размерность бесконечна, если $\mathbf{H}^n(G,\mathbf{F}_p[[G]])=0$ для любого целого неотрицательного n.

Определение. Будем говорить, что про-р-группа N имеет тип $\mathbf{FP}_n$, если тривиальный $\mathbf{F}_p[[N]]$-модуль $\mathbf{F}_p$ обладает проективной резольвентой, в которой модули размерности не больше чем n конечно порождены.

В статье [2] (теорема 2) доказано, что если про-р-группа G содержит конечнопорождённую бесконечную подгруппу бесконечного индекса, то $\mathbf{H}^1(G,\mathbf{F}_p[[G]])=0$, т.е. $dcd(G)\geq 1$. Это утверждение обобщается теоремой.

Теорема 1. Пусть про-р-группа G содержит нормальную подгруппу N конечной когомологической дуальной размерности n. Если N имеет тип $\mathbf{FP}_n$ и индекс N в G бесконечен, то справедливо неравенство $dcd(G)\geq dcd(N)+1$.

В случае малых значений дуальной когомологической размерности факторгруппы справедливо следующее утверждение.

Теорема 2. Пусть про-р-группа G содержит нормальную подгруппу N конечной дуальной когомологической размерности n. Если N имеет тип **FP**n и dcd(G/N)≤1, то dcd(G)≥dcd(N)+dcd(G/N).

1. Labute J.P. “Classification of Demushkin groups” // Canad.J.Math, 1967, V.19, N1, P.106-132.

2. Коренев А.А. “Про-р-группы с конечным числом концов” // Мат. заметки, 2004, Т.76, N4, С.531-538.

Литература

Приближение нуля значениями целочисленных полиномов в пространстве R^m×C^2

И.А. Корлюкова

преподаватель кафедры АГиМП, магистр технических наук

Гродненский государственный университет им. Я. Купалы, Беларусь

E-mail: korlyukova@maul.ru

Пусть $P_n(y)=a_ny^n+a_{n-1}y^{n-1}+...+a_1y+a_0$ – полином с целыми коэффициентами $a_j,\ j=\overline{1,n}$ и $H=\max\limits_{1\le j\le n}|a_j|$ – высота *P(y)*.

В 1965 году В.Г. Спринджук в [1, с.380] выдвинул гипотезу, согласно которой система неравенств $\begin{cases}|P_n(x)|<H^{-w}\\ |P_n(y)|<H^{-w}\end{cases}$ имеет при $w>\frac{n-1}{2}$ для почти всех $(x,y)\in R^2$ лишь конечное число решений. В [2, с.60] была доказана теорема с произвольной монотонно убывающей функцией φ(H) в правой части и с некоторым условием на сходимость ряда, связанного с φ(H).

Доказана теорема, обобщающая основной результат в [2] на пространство R^m×C^2.

Теорема. Пусть $\lambda_j\ge-1, \mu_j\ge0, 1\le j\le m+2, \lambda_1+\lambda_2+...+\lambda_m+2\lambda_{m+1}+2\lambda_{m+2}=n-m-4$, $\mu_1+\mu_2+...+\mu_m+2\mu_{m+1}+2\mu_{m+2}=1$, φ(H) -монотонно убывающая функция, такая, что ряд $\sum\limits_{H=1}^{\infty}\varphi(H)$ сходится. Тогда система неравенств

$$\begin{cases}|P(x_1)|<H^{-\lambda_1}\varphi^{\mu_1}(H)\\ \dots\\ |P(x_m)|<H^{-\lambda_m}\varphi^{\mu_m}(H)\\ |P(z_1)|<H^{-\lambda_{m+1}}\varphi^{\mu_{m+1}}(H)\\ |P(z_2)|<H^{-\lambda_{m+2}}\varphi^{\mu_{m+2}}(H)\end{cases}$$

имеет для почти всех (x1,...,xm,z1,z2) $\in$ R^m×C^2 лишь конечное число решений.

Для доказательства теоремы используется лемма [3] и принцип «ящиков Дирихле». Это упрощает доказательство, в отличие от предлагаемых ранее [2,4], и делает его понятнее.

Пусть $\alpha_1,...,\alpha_n$ – корни многочлена *P(y)*. Будем считать, что корни $\alpha_1,...,\alpha_n$ расположены в таком порядке, что $\mathrm{Re}\alpha_1\le\mathrm{Re}\alpha_2\le...\le\mathrm{Re}\alpha_n$. Обозначим через

$$|\alpha_{j1}-\alpha_{ji}|=H^{-\theta_{ij}},\ i=\overline{2,n},\ \ j=\overline{1,m},$$

$$|\beta_{11}-\beta_{1r}|=H^{-\rho_r},\ r=\overline{2,n},\ \ |\beta_{21}-\beta_{2t}|=H^{-\phi_t},\ t=\overline{2,n}.$$

Зафиксируем ε. Пусть $\varepsilon_1=\varepsilon d^{-1}$, где $d=d(n)$ – достаточно большое число, $T=[\varepsilon_1^{-1}]$. Определим целые числа k_{ij}, l_j, s_i неравенствами

$$\frac{k_{ij}-1}{T}\le\theta_{ij}<\frac{k_{ij}}{T},i=\overline{2,n},\ j=\overline{1,m},\ \frac{l_i-1}{T}\le\kappa_i<\frac{l_i}{T},\ i=\overline{2,n},$$

$$\frac{s_i-1}{T}\le\phi_i<\frac{s_i}{T},i=\overline{2,n}.$$

Пусть

$$p_{ij}=\frac{k_{(i+1)j}+...+k_{nj}}{T}q_i=\frac{l_{i+1}+...+l_n}{T}w_i=\frac{s_{i+1}+...+s_n}{T}\ i=\overline{1,n-1},\ j=\overline{1,m}$$

Введем два вектора $\boldsymbol{\lambda}=\lambda_1,...,\lambda_m,\lambda_{m+1},\lambda_{m+2}$, $\boldsymbol{\mu}=\mu_1,...,\mu_m,\mu_{m+1},\mu_{m+2}$ и область $S_1=I_1\times...\times I_m\times C_1\times C_2$, где

$$|I_j|=H^{-v_j}\qquad j=\overline{1,m}\qquad r(C_1)=H^{-v_{m+1}}\qquad r(C_2)=H^{-v_{m+2}}$$

Доказательство теоремы разделим на четыре случая.

Предложение 1. Если

$$k_{2j}T^{-1}+p_{1j}\le\lambda_j+\mu_j+1,\ j=\overline{1,m}\qquad l_2T^{-1}+q_1\le\lambda_{m+1}+\mu_{m+1}+1$$

$$p_{11}+\ldots+p_{1m}+2q_1+2w_1>\frac{n-1}{2}+\delta_1\qquad s_2T^{-1}+w_1\le\lambda_{m+2}+\mu_{m+2}+1$$

то $\quad \mu L(\overline{\lambda},\overline{\mu})=0$

Предложение 2. Если ,

$$k_{2j}T^{-1}+p_{1j}>\lambda_j+\mu_j+1,\ j=\overline{1,m}\qquad l_2T^{-1}+q_1>\lambda_{m+1}+\mu_{m+1}+1,$$

$$s_2T^{-1}+w_1>\lambda_{m+2}+\mu_{m+2}+1,\qquad \text{то}\qquad \mu L(\overline{\lambda},\overline{\mu})=0$$

Предложение 3. Если

$$k_{2j}T^{-1} + p_{1j} \le \lambda_j + \mu_j + 1,\ j = \overline{1,m} \qquad l_2T^{-1} + q_1 > \lambda_{m+1} + \mu_{m+1} + 1,$$

$$s_2T^{-1} + w_1 \le \lambda_{m+2} + \mu_{m+2} + 1,$$

$$n + 1 > k_{21}T^{-1} + p_{11} + \ldots + k_{2m}T^{-1} + p_{1m} + 2l_2T^{-1} + 2q_1 + 2s_2T^{-1} + 2w_1 \ge n - 1 + \delta,$$

то $\mu L(\overline{\lambda}, \overline{\mu}) = 0$

Предложение 4. Если

$$k_{2j}T^{-1} + p_{1j} \le \lambda_j + \mu_j + 1,\ j = \overline{1,m} \qquad l_2T^{-1} + q_1 \le \lambda_{m+1} + \mu_{m+1} + 1$$

$$s_2T^{-1} + w_1 \le \lambda_{m+2} + \mu_{m+2} + 1$$

$$6 - \frac{\varepsilon}{2} < k_{21}T^{-1} + p_{11} + \ldots + k_{2m}T^{-1} + p_{1m} + 2l_2T^{-1} + 2q_1 + 2s_2T^{-1} + 2w_1 < n - 1 + \delta,$$

то $\mu L(\overline{\lambda}, \overline{\mu}) = 0$

Литература.

1.Спринджук В.Г.“Доказательство гипотезы Малера о мере множества S-чисел”// Изв.АН СССР.Сер.мат.,1965,№2,С.379-436.

2. Берник. В.И., Борбат В.Н. “Совместная аппроксимация нуля значениями целочисленных многочленов” //Труды математического института им.В.А.Стеклова.Аналитическая теория чисел и приложения. К 60-летию со дня рождения проф.А.А.Карацубы.: Сб.ст./ РАН МАИК, 1997,С.58-73.

3. Берник. В.И., Калоша Н.И. “Приближение нуля значениями целочисленных полиномов в пространстве $R \times C \times Q_p$”//Весці НАН Беларусі.Сер.Фіз.-мат.навук,2004,№1,С.121-123.

4. Берник В.И. “Совместные приближения нуля значениями целочисленных многочленов”// Изв.АН СССР.Сер.физ.-мат.,1980,Т.44, №1,С.24-45.

О явных формулах для решений стохастических дифференциальных уравнений с двумерным винеровским процессом

М.В. Крымская

Уфимский государственный авиационный технический университет, Россия
E-mail: mkrym@mail.rb.ru

Явные формулы для решений стохастических дифференциальных уравнений (СДУ) известны только применительно к определенным видам СДУ [1, 2]. В работе [3] такие формулы были построены для широкого класса СДУ с одномерным винеровским процессом. В настоящей работе предложена модификация метода [3] для СДУ с двумерным винеровским процессом. Особенностью рассматриваемого подхода является применение аппарата симметричных интегралов, которые являются детерминированными аналогами стохастических интегралов Стратоновича [3].

Пусть X(s) и f(s,u) – функции, удовлетворяющие определенным условиям, тогда симметричным интегралом называется [4]

$$\int_0^t f(s,X(s)) * dX(s) = \lim_{n\to\infty} \sum_k \frac{1}{\Delta t_k^{(n)}} \int_{[\Delta t_k^{(n)}]} f(s, X^{(n)}(s)) ds \Delta X_k^{(n)}, \qquad (1)$$

если предел в правой части равенства существует и не зависит от выбора последовательностей разбиений Tn, n $\in$ N, отрезка [0, t], $Tn=\{t_k^{(n)}\}$, $\Delta t_k^{(n)}=t_k^{(n)}-t_{k-1}^{(n)}$, $[\Delta t_k^{(n)}]=[t_{k-1}^{(n)},t_k^{(n)}]$, $\Delta X_k^{(n)}=X(t_k^{(n)})-X(t_{k-1}^{(n)})$.

В данной работе изучается стохастическое дифференциальное уравнение вида

$$\eta(t)-\eta(0)=\int_0^t a(s,\eta(s)) * dX(s)+\int_0^t b(s,\eta(s)) * dY(s)+\int_0^t c(s,\eta(s))ds, \qquad (2)$$

где (X(s),Y(s)) – двумерный винеровский процесс с независимыми компонентами; $a(s,\eta(s))$, $b(s,\eta(s))$ и $c(s,\eta(s))$ – непредсказуемые случайные коэффициенты, удовлетворяющие условию Липшица; первый и второй интегралы в правой части суть симметричные интегралы. При этом решение $\eta(s)$ ищется в виде $\eta(s)=\varphi(s,X(s),Y(s))$, где $\varphi(s,u_1,u_2)$ – детерминированная функция.

Основной результат работы заключается в том, что при определенных условиях, накладываемых на рассматриваемые функции, уравнение (2) удалось свести к системе обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ):

$$\begin{cases} \varphi'_{u_1}(s,u_1,Y(s)) = a(s,\varphi(s,u_1,Y(s))), \\ \varphi'_{u_2}(s,X(s),u_2) = b(s,\varphi(s,X(s),u_2)), \\ \varphi'_s(s,X(s),Y(s)) = c(s,\varphi(s,X(s),Y(s))), \\ \varphi(0,X(0),Y(0)) = \eta(0), \end{cases} \qquad (3)$$

где последнее соотношение представляет собой начальное условие.

Интегрирование полученной системы ОДУ (3) осуществляется следующим образом: из первого уравнения искомая функция $\varphi(s,u_1,u_2)$ находится с точностью до произвольной функции $A(s,u_2)$; полученное выражение подставляется во второе уравнение, из которого находится функция $A(s,u_2)$ с точностью до произвольной функции B(s). На основе этой информации и начального условия из третьего уравнения находится решение системы (3).

Литература

1. Ватанабе С., Икеда Н. Стохастические дифференциальные уравнения и диффузионные процессы. М., 1986, с. 448.

2. Анулова С.В., Веретенников А.Ю., Крылов Н.В., Липцер Р.Ш., Ширяев А.Н. "Стохастическое исчисление" // Итоги науки и техники. Серия Современные проблемы математики. Фундаментальные направления, т. 45. Теория вероятностей − 3, ВИНИТИ, 1989, с. 253.

3. Насыров Ф.С. "Симметричные интегралы и потраекторные аналоги стохастических дифференциальных уравнений" // Вестник УГАТУ, 2004, т.4, N 2, с. 55-66.

4. Насыров Ф.С. "Симметричные интегралы и их применение в финансовой математике" // Труды МИАН, 2002, т.237, с. 265-278.

Решение уравнений в кольце двойных чисел

А. А. Кукушина

Карельский Государственный Педагогический Университет

Кольцом двойных чисел называется кольцо $K=\{a+b\cdot j / j^2=1, a,b\in R\}$, полученное из поля действительных чисел добавлением элемента j, для которого выполняется условие $j^2=1$. Кольцо K может быть реализовано как фактор-кольцо кольца многочленов с действительными коэффициентами по идеалу, порожденному многочленом x^2-1. «Решение уравнений в кольце двойных чисел» является актуальной темой для изучения, так как при изучении данной темы обобщается вопрос об извлечении корней в кольце двойных чисел.

Уравнение общего вида степени n в кольце двойных чисел K имеет вид:

$(a_n+b_n\cdot j)\cdot x^n+(a_{n-1}+b_{n=1}\cdot j)\cdot x^{n-1}+...+(a_1+b_1\cdot j)\cdot x+(a_0+b_0\cdot j)=0,$

причем числа a_n, a_{n-1},..., a_1, a_0 и b_n, b_{n-1}, ..., b_1, b_0 являются произвольными действительными числами.

Произвольное неотрицательное целое число t является количеством решений некоторого уравнения степени n в кольце двойных чисел тогда и только тогда, когда t представимо в виде $t=p\cdot r$, причем целые числа p и r удовлетворяют условию $0\leq p,r\leq n$. Любое уравнение степени n в кольце двойных чисел может иметь не более n^2 решений. Все решения уравнений над полем действительных чисел являются решениями данных уравнений в кольце двойных чисел.

Для того чтобы в кольце двойных чисел найти минимальную степень уравнения, имеющего t корней, необходимо:

1) найти все возможные произведения неотрицательных целых чисел $p\cdot r$, равных числу t;

2) выбрать такие значения чисел p и r, чтобы абсолютная величина разности $p-r$ была минимальной;

3) минимальной степенью уравнения является максимальное число из чисел p и r.

Таким образом, в ходе проведенного исследования установлено возможное количество решений уравнений в кольце двойных чисел, а также установлена связь между количеством решений уравнений в кольце двойных чисел и кольце действительных чисел.

Оптимальные расширения графов

С.Г. Курносова

Саратовский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского, Россия

В сообщении рассматриваются две оптимальные конструкции расширений для графов: минимальные расширения, возникшие в теории отказоустойчивости дискретных систем [P.Hayes, 1967] и Т-неприводимые расширения, применяемые в криптографии [В.Н. Салий, 2003].

Расширением n-вершинного графа G называют граф H с $n+1$ вершинами такой, что граф G является частью каждого максимального подграфа графа H. Простейшим примером расширения графа G будет его тривиальное расширение – соединение графа G с одноэлементным графом. Минимальным расширением графа G называют его расширение с минимальным количеством ребер. Т-неприводимые расширения получаются из тривиального расширения удалением ребер, не нарушающим свойства быть расширением.

Согласно определению Т-неприводимых расширений, можно сформулировать критерий Т-неприводимости [С.Г.Курносова, 2004]: граф H тогда и только тогда будет Т-неприводимым расширением графа G, когда 1) он является расширением графа G; 2) в графе H существует вершина v, такая что $H-v\cong G$; 3) граф $H - vu$ не будет расширением для G, где u – любая вершина из G. Как следствие этого критерия можно получить, что минимальное расширение будет Т-неприводимым расширением, если в нем существует вершина, удаление которой дает исходный граф.

Сравнивая эти две конструкции оптимальных расширений можно сказать, что для заданного числа $k>0$ существует граф, Т-неприводимое расширение которого отличается на k ребер от минимального расширения. Таким графом является, например, цикл с $2k+4$ вершинами.

Обоснованием интереса к конструкции Т-неприводимого расширения могут служить также два следующих важных свойства, которыми не обладают минимальные расширения.

Свойство 1. Никакой граф не может быть Т-неприводимым расширением для двух неизоморфных графов.

Свойство 2. Если дан граф H, являющийся Т-неприводимым расширением графа G, то при удалении из H любой вершины максимальной степени получится граф, изоморфный G.

Использование золотого сечения для нахождения объемов икосаэдра и додекаэдра.

Ю.А. Малышкин
Школа «Юного физика» при Физико-техническом факультете Тверского госуниверситета, г. Тверь, Россия.

В работе предложен способ расчета объемов икосаэдра и додекаэдра с использованием следующих свойств золотого сечения (Phi): 1) Phi−1=1/Phi, Phi^2=Phi+1 (следует из определения золотого сечения); 2) отношение диагонали правильного пятиугольника к его стороне равно золотому сечению, Phi=2cos54° (следует из рассмотрения правильного пятиугольника и вписанной в него звезды).

Расчет объема икосаэдра производился следующим образом: икосаэдр разбивался на три части: две правильные пятиугольные пирамиды и правильную пятиугольную антипризму (понятие впервые введено Архимедом, правильные антипризмы это многогранники, ограниченные двумя параллельными, но повернутыми на угол 180°/n друг относительно друга, правильными n-угольниками и соединяющими их 2n треугольниками). Для нахождения объема антипризмы она достраивалась до правильной десятигранной призмы, путем опускания из каждой вершины перпендикуляра на противоположную грань. Объем антипризмы есть объем полученной призмы за вычетом объемов 10-ти трехгранных пирамид. Для объема икосаэдра получена формула: $V_{икос}=5a^3/(6(2\text{-Phi}))$, где a − длина ребра икосаэдра.

Додекаэдр, для нахождения его объема, разбивался на две правильные усеченные пятиугольные пирамиды и антипризму между ними. Объем усеченных пирамид и антипризмы рассчитывался с учетом, что сторона верхнего основания усеченной пирамиды равна стороне додекаэдра a, а нижнего (также как и сторона оснований антипризмы) − диагонали пятиугольника со стороной a, т.е. aPhi. В результате для объема додекаэдра получена формула: $V_{дод}=5a^3\text{Phi}^3/(2(4\text{-Phi}^2))$.

Правильность полученных формул проверена сравнением объемов, вычисленных по данным формулам при a=1, и объемов, вычисленных с использованием изопериметрического частного для трехмерного пространства (значения изопериметрических частных для икосаэдра и додекаэдра взяты из книги [1]).

Литература

1. Пойа Д. Математика и правдоподобные рассуждения. М., 1957, с.536

Изучение бифуркации, приводящей к хаотическим движениям в динамических системах с ударными взаимодействиями

С.П. Горбиков, А.В. Меньшенина
Нижегородский государственный архитектурно-строительный университет

В докладе изучается бифуркация [1], которая может приводить к возникновению хаотических движений динамических систем с ударными взаимодействиями. Бифуркация связана с приходом периодического движения на границу области существования бесконечноударных движений.

В докладе показано, каким образом в результате бифуркации в системах с ударными взаимодействиями могут возникать подковы Смейла различной кратности. Доказывается, что наличие кратных подков Смейла влечет возникновение хаотических движений.

Для конкретной виброударной системы численно были определены значения параметров, при которых возникает изучаемая бифуркация, а после нее наблюдались хаотические движения и порождающие их подковы Смейла различной кратности. При численном исследовании также было найдено необычное предельное множество S, возникающее после бифуркации, и были определены его статистические характеристики. Численные расчеты показали, что: вокруг множества S происходят хаотически движения; траектории, начинающиеся в точках множества S, также носят хаотический характер; в малой окрестности предельного множества S выполняется следствие из эргодической теоремы, т.е. среднее по времени совпадает со средним по ансамблю.

Литература

1. Горбиков С.П., Меньшенина А.В. "Бифуркация, приводящая к хаотическим движениям в динамических системах с ударными взаимодействиями" // Дифференциальные уравнения, 2004, Т.40, № 8, С.1143 − 1144.

Исследование вырожденной разностной схемы для задачи Стокса

Е.А. Муравлева
Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова

Рассматривается задача о каверне − одна из наиболее часто используемых тестовых задач для системы уравнений Навье-Стокса. При дискретизации задачи получена система линейных уравнений. Матрица полученной системы может быть представлена в специальном блочном виде, для которого наиболее часто используются алгоритмы типа Узавы. При дискретизации оператора градиента был использован вырожденный разностный оператор второго порядка аппроксимации. Поэтому обычно применяемые методы (в частности, сопряженных градиентов) использовать некорректно. Было исследовано ядро оператора, соответствующего нашей матрице. Размерность ядра находилась с помощью сингулярного разложения. Аналитически была найдена и описана структура ядра как в плоском, так и в пространственном случае. Благодаря этому стало возможным решение задачи в двумерном случае. Для аналогичного трехмерного оператора размерность ядра возрастает с измельчением сетки. Таким образом, показано, что для трехмерного случая данная разностная схема применяться не может.

Специальные двумерные направления в вещественных грассманианах.

М.Ю. Никанорова
Санкт-Петербургский Государственный Университет.

В данной работе изучаются некоторые вопросы внутренней геометрии вещественных грассмановых многообразий с использованием их плюккерова вложения во внешнюю алгебру над исходным евклидовым пространством [1]. Применяются методы полилинейной алгебры, теории погруженных многообразий и геометрии симметрических пространств.

Особый интерес к вполне геодезическим подмногообразиям грассманианов объясняется тем, что все компактные симметрические пространства допускают вполне геодезическое вложение в грассманово многообразие достаточно большой размерности. Ранее полная классификация двумерных, а также полных и максимальных по включению вполне геодезических подмногообразий грассманианов была известна только для грассмановых многообразий $G^+_{2,n}$ [2].

Результаты нашего исследования можно сформулировать в следующем виде:

1) получен конструктивный способ нахождения канонического разложения произвольного касательного вектора к грассманиану $G^+_{p,n}$ в его плюккеровой модели;

2) полностью классифицированы двумерные вполне геодезические подмногообразия положительной кривизны грассманова многообразия $G^+_{3,6}$ и порождающие их двумерные касательные направления.

Литература

1. Козлов С.Е. «Геометрия вещественных грассмановых многообразий. Части I-V.» // Записки научных семинаров ПОМИ, 1997, т.246, с.84–129; 1998, т.252, с.78–120.

2. Bang-yen Chen and T. Nagano. «Totally geodesic submanyfolds of symmetric spaces, I,II.» // Duke Math.J., 1977, Vol.44, No.4, p.745-755; 1978, Vol. 45, No.2, p.405-425.

О выпуклости гиперпространства conv(X).

О.С. Ощепкова
Горно-Алтайский госуниверситет

Пусть (X,ρ)- полное метрическое пространство. Мы будем обозначать через exp(X), cont(X), conv(X) — пространства соответственно всех компактных, связных компактных и выпуклых компактных непустых подмножеств в X . Обычно такие пространства наделяются метрикой Хаусдорфа $d(A,B)=\max(\sup\{\rho(a, B),a\in A\},\sup\{\rho(b,A),b\in B\})$, либо метрикой Помпею $d_1(A,B)=\sup\{(a,B),a\in A\}+\sup\{(b,A),b\in B\}$.

Однако обе эти метрики не являются строго выпуклыми, поэтому в работе [1] была введена обобщенная метрика Помпею:

$d_2(A,B)=((\sup\{(a,B),a\in A\})^2+(\sup\{(b,A),b\in B\})^2)^{1/2}$

Как было показано польскими математиками в 1960-е годы [2], каждое из пространств exp(X) , cont(X) , conv(X) является выпуклым в метрике Хаусдорфа. Нами построены примеры, показывающие, что даже в случае $X=R^n$, пространства exp(X) , cont(X) не являются выпуклыми в обобщенной метрике Помпею. Имеет место следующая

Теорема 1: *Пусть X — банахово пространство. Тогда пространство conv(X) выпукло в обобщенной метрике Помпею.*

Идея доказательства состоит в том, что для любой пары множеств

$A,B\in$(conv(X)и любого $t\in(0,1)$ строятся такие окрестности $V_t(A)$ и $V_t(B)$, что $d_2(A,V_t(A)\cap V_t(B))=td(A,B)$ и $d_2(B,V_t(A)\cap V_t(B))= (1-t)d(A,B)$.

Литература

1. Асеев В.В., Тетенов А.В., Максимова А.П.”Модифицированная метрика Хаусдорфа в проблеме изометрии гиперпространств”.//Мат.Заметки (в печати) .

2. R. Duda“On convex metric spaces III”// Fund. Math., 51(1962) pp.23-33.

Схемы высокого порядка точности для решений трехмерных МГД уравнений методом Годунова.

К.Н. Печерских

Московский Физико-Технический Институт (ГУ)

С помощью конечно-объемных методов Годуновского типа с высокий точностью решаются такие магнитогидродинамические задачи, как моделирование межзвездных облаков, акреационных дисков, различных плазменных струй. Большинство этих явлений нестационарны и связанны со сложными течениями, в которых, наряду с частными непрерывными решениями, присутствуют ударные волны и разрывы.

При использовании неподвижной сетки, методы Годунова не допускают полностью корректного обобщения на второй порядок точности по пространству, и, как одно из следствий, методы размывают разрывные решения. Многие исследователи для устранения размывания разрывов успешно использовали вместе с обычными методами сквозного счета динамическое выделение разрывов и подвижные сетки. К сожалению, такие вычислительные алгоритмы значительно более громоздки и сложны, и, как правило, подразумевают, что общий вид решения известен заранее. Несмотря на возможность использования подвижных и адаптивных сеток, актуален вопрос о получении регулярной схемы со вторым порядком точности.

В данной работе представлены два оригинальных метода заострения разрывов в МГД течениях на основе существующих методов реконструкции МГД параметров на гранях ячеек, реализованные для коррекции размытых альфвеновских особенностей. Предложен простой и экономичный критерий выявления размытых, требующих коррекции, решений, работающий за счет отслеживания особенностей с прямыми признаками МГД разрывов. При этом перепад МГД параметров на гранях ячеек сравнивается с собственными векторами линейных волн, расчитаных с использованием метода Роу, при решении соответствующей задачи Римана. Откуда определяется тип МГД волны производящей максимальный вклад в решение.

В области гладких решений кусочно-параболическая реконструкция или реконструкция более высокого порядка успешно повышает точность решений. В случае гладких решений необходимо в предположении о непрерывности распределения МГД параметров, адекватно сглаживать решение, но на разрывных (размытых схемой) особенностях течений, очевидно, второму порядку точности должно соответствовать корректное заострение профилей разрывов. Разработан метод сквозного счета с получением решения второго порядка точности, с откорректированными разрывными решениями, локализация которых повышена до максимально возможного для схемы Годуновского типа. При этом метод не теряет общей устойчивости.

Аналитико-численное решение краевых задач для плоских стационарных уравнений Навье-Стокса методом конечных аналитических элементов.

М. Б. Соловьёв

Московская Государственная Академия Приборостроения и Информатики

В работе рассматривается новый метод получения приближённых аналитико-численных решений краевых задач для нелинейных уравнений Навье-Стокса, описывающих плоские стационарные течения несжимаемой линейной вязкой жидкости. Метод основан на введении комплексной структуры в пространствах координат и искомых полей. Искомые комплексифицированные поля и их комплексные сопряжения представляются в виде специальных разложений по степеням комплексно сопряжённой переменной с коэффициентами в виде голоморфных функций. Подстановка данных представлений в комплексифицированные уравнения приводит к системе зацепляющихся дифференциальных уравнений, которая разрешается в виде рекуррентных соотношений, позволяющих выделить две независимые голоморфные функции, задание которых определяет решение рассматриваемых уравнений.

При решении краевой задачи голоморфные функции, определяющие решение уравнений, находятся как аналитические функции. Области аналитических элементов выбираются простейшими односвязными. В каждой из этих областей на основании теоремы Рунге независимые голоморфные функции приближаются многочленами. Удовлетворение граничных условий и условия совпадения значений искомых полей на общих частях областей аналитических элементов производится путём минимизации суммы среднеквадратичного отклонения от граничных условий и среднеквадратичных отклонений значений искомых полей на пересечениях областей аналитических элементов.

В работе приводятся некоторые результаты соответствующих численных экспериментов.

О преобразовании Фурье-Лапласа функционалов с носителями в конусах

К.В. Сыч

Уфимский Государственный Авиационный Технический Университет

Пусть возрастающая логарифмически выпуклая последовательность M чисел $M_0=1, M_1, M_2,\ldots$ удовлетворяет условиям:

1. Существуют числа $H_1>1, H_2>1$ такие, что $M_{k+1}\le H_1 H_2^k M_k, \forall k\in Z_+$;
2. Существуют числа $Q_1>0, Q_2>0$ такие, что $M_k \ge Q_1 Q_2 k!, \forall k\in Z_+$.

Положим:

$$w(r) = \sup_{k\in Z_+} \ln \frac{r^k}{M_k} \quad r>0 \quad w(0)=0$$

Пусть Γ – открытый выпуклый острый конус в R^n с вершиной в нуле [1], $C^\infty(\Gamma)$- совокупность функций f из $C^\infty(\Gamma)$, для которых все частные производные $(D^\alpha f)(x)$допускают непрерывное и ограниченное продолжение на Γ.

Пусть $(\varepsilon_m)_{m=1}^\infty$ – произвольная убывающая к 0 последовательность положительных чисел. Для каждого $m\in$ N пусть

$$S_{m,M}(\bar{\tilde{A}}) = \{ f\in C^\infty(\bar{\tilde{A}}): \|f\|_m = \sup_{x\in\bar{\tilde{A}},\alpha\in Z_+} \frac{\left|(D^\alpha f)(x)\right|(1+\|x\|)^m}{\varepsilon_m^{|\alpha|} M_{|\alpha|}} <\infty\}$$

Положим . $S_M(\bar{\tilde{A}}) = \bigcap_{m=1}^{\infty} S_{m,M}(\bar{\tilde{A}})$

Наделим $S_m(\bar{\tilde{A}})$ топологией проективного предела пространств $S_{m,M}(\bar{\tilde{A}})$. Пусть $S_M^*(\bar{\tilde{A}})$ – сильное сопряженное пространство для $S_M(\bar{\tilde{A}})$

Пусть $C=\mathrm{int}\,\Gamma^*$, где Γ^* – сопряженный конус [1], $H(T_c)$ – пространство функций, голоморфных в $T_c=R^n+iC$, $\Delta(y)$, – расстояние от точки $y\in C$ до границы конуса C.

Для каждого $m \in N$ введем нормированное пространство

$$P_m = \{ f \in H(T_c): p_m(f) = \sup_{z \in T_c} \frac{|f(z)|}{e^{w(\frac{\|z\|}{\varepsilon_m})}(1+\Delta^{-m}(y))} < \infty \}$$

Пусть $P = \bigcup_{m=1}^{\infty} P_m$

Наделим P топологией индуктивного предела пространств P_m.

Теорема Отображение $L: F \in S_M^*(\bar{\tilde{A}}) \to F(e^{i\langle \xi, z\rangle})\ z \in T_c$ устанавливает топологический изоморфизм между пространствами $S_M^*(\bar{\tilde{A}})$ и P.

Для случая неквазианалитической последовательности данный результат установлен в [2].

Литература.

1. Владимиров B.C. Обобщенные функции в математической физике. М.: Наука, 1979, с.320.
2. Roever J.W. de. Complex Fourier transformation and analytic functionals with unbounded carriers. Amsterdam. Mathematisch Centrum, 1977, c.201.

УДК 517.9

Гиперболический подход к исследованию обратимости функциональных операторов в *Lp*-пространствах

И.Ю. Трубников
Белорусский государственный университет, Беларусь

Рассмотрим локально тривиальное N-мерное комплексное векторное расслоение E со слоем C^N и базой (X, α, μ), где X – некоторое компактное пространство, α: $X \to X$ – гомеоморфизм, μ – мера на X, квазиинвариантная относительно α, причем supp $\mu = X$. Будем считать, что задано отображение θ : $E \to E$, являющееся линейным расширением α и переводящее слой E_x в слой $E_{\alpha(x)}$ по правилу: θ : $(x, \xi) \to (\alpha(x), \theta(x)\xi)$, $x \in X$, $\xi \in C^N$. Пространство $L_p(E)$ получим как пополнение пространства непрерывных сечений $\Gamma(E)$ по L_p-норме. Пусть A=HOM E – алгебра гомоморфизмов расслоения E. Каждому элементу a алгебры A ставится в соответствие ограниченный оператор a:$L_p(E) \to Lp(E)$, являющийся умножением на a, т.е. переводящий сечение $u(x)$ в сечение $a(x)u(x)$. Оператор T определим так: $(Tu)(x) = (d\mu_\alpha/d\mu)^{1/p}\theta \circ u(\alpha^{-1}(x))$, где $d\mu_\alpha/d\mu$ – производная Радона-Никодима меры μ_α по мере μ, а μ_α задается формулой $\mu_\alpha(E) = \mu(\alpha^{-1}(E))$. Оператор T изометрически обратим в $L_p(E)$. [1]

Теорема 1. *Пусть алгебра $A \approx HOM\ E$, группа целых чисел Z действует на A топологически свободно, а элемент $a_0 \in A$ обратим. Оператор $b = a_0 + a_1 T$ обратим тогда и только тогда, когда построенное по нему линейное расширение $\beta = a_0^{-1} \circ a1 \circ \theta : E \to E$ отображения α является гиперболическим.*

На оператор b можно посмотреть с другой точки зрения. Пусть имеются линейные функциональные уравнения вида:

$$bu(x) \equiv a_0(x) + a_1(x)u(?\ (x)) = f(x), \qquad (1)$$

где u — неизвестная вектор-функция из заданного пространства $F(X)$ вектор-функций на множестве X; $\alpha : X \to X$ — заданное отображение, a_k и f — известные вектор-функции. Таким образом, исследуется вопрос об обратимости оператора, заданного левой частью уравнения (1).

Литература

1. Антоневич А.Б. Линейные функциональные уравнения. Операторный подход. Мн: Университетское, 1988, с. 232

Асимптотики собственных элементов оператора Лапласа в двумерной области с малым разрезом

М.И. Черданцев

Уфимский государственный авиационный технический университет

Рассматривается сингулярно возмущенная краевая задача на собственные значения оператора Лапласа в ограниченной двумерной области с граничным условием Неймана. Возмущение осуществляется исключением из области отрезка малой длины, на котором также задается граничное условие Неймана. Методом согласования асимптотических разложений [1], построены и строго обоснованы полные асимптотические разложения собственных значений и соответствующих собственных функций по малому параметру, характеризующему длину исключаемого отрезка. Для главных членов асимптотики получены явные формулы.

Литература

1. Ильин А.М. Согласование асимптотических разложений решений краевых задач. М., Наука, 1989, С 336.

Модификация разностно-аналитического метода расчета собственных значений для уравнений 2-го порядка

Е.В. Шалунова

Нефтекамский филиал Башкирского государственного университета

Рассматривается спектральная краевая задача вида:

$$-y''(x) + q(x)y(x) = \lambda y(x),$$

$$y(a)\cos\alpha + y'(a)\sin\alpha = 0,\ y(b)\cos\beta + y'(b)\sin\beta = 0,$$

где q(x)—кусочно-непрерывная на [a,b] функция. Наряду с данной задачей рассмотрим дифференциальные операторы вида:

$-y_j''(x)+q_j(x)y_j(x)=\lambda y_j(x), a=x_0<x_1<..<x_j<x_{j+1}<..<x_N<x_{N+1}=b,$

с граничными условиями:

$y_0(a)cos\alpha+y_0'(a)sin\alpha=0, y_N(b)cos\beta+y_N'(b)sin\beta=0,$ где $q_j(x)=a_jx+b_j$, $j=0...N$-1.

Функции $y_j(x,\lambda)$ рассматриваются на $[x_j,x_{j+1}]$. Под собственными функциями рассматриваемой задачи будем понимать функцию $y(x)=\{y_j(x)\}$, j=1...N, удовлетворяющую следующим условиям: $y(x)$ непрерывная на $[a,b]$ функция; $y'(x)$ принадлежит $C^1(x_j,x_{j+1})$; $y(x)$ удовлетворяет краевым условиям и так называемым условиям сопряжения:

$y_j(x_j\text{-}0)=y_{j+1}(x_j+0), y'_j(x_j\text{-}0)=y'_{j+1}(x_j+0).$

При таком выборе линейных функций $q_j(x)$ рассматриваемое уравнение приводится к виду $y_j''(x)?(a_jx+b_j\text{-}\lambda)y_j(x)=0$ и, с помощью замены $\xi=a_j^{-2/3}(a_jx+b_j\text{-}\lambda)$, мы получаем уравнение Эйри: $(y_j'')_\xi\text{-}\xi y_j=0.$ На каждом участке (x_j,x_{j+1}) его общее решение записывается в виде:

$y_j=c_{1j}Ai(\xi)+c_{2j}Bi(\xi)$, где $Ai(\xi)$, $Bi(\xi)$ функции Эйри первого и второго рода.

Из условий сопряжения устанавливается связь между $c_{1j}, c_{2j}, j=1N$:

$c_{1j+1}=\Delta_{11j}c_{1j}/\Delta_j+\Delta_{12j}c_{2j}/\Delta_j;\ c_{2j+1}=\Delta_{21j}c_{1j}/\Delta_j+\Delta_{22j}c_{2j}/\Delta_j;$

где $\Delta_j=Ai_{j+1}(\xi_j)Bi'_{j+1}(\xi_j)-Ai'_{j+1}(\xi_j)Bi_{j+1}(\xi_j);$ $\Delta 1_{1j}$, Δ_{12j}, Δ_{21j}, Δ_{22j} находятся из условий сопряжения.

Отсюда получим следующие соотношения: $c_{1N}=\tilde{\Delta}_{11}c_{10}+\tilde{\Delta}_{12}c_{20}$, $c_{2N}=\tilde{\Delta}_{21}c_{10}+\tilde{\Delta}_{22}c_{20}$, где $\tilde{\Delta}_{11}, \tilde{\Delta}_{12}, \tilde{\Delta}_{21}, \tilde{\Delta}_{22}$ выписываются явным образом.

Далее, подставляя решение $y_0(x,\lambda)$ в первое краевое условие задачи; решение $y_N(x,\lambda)$ во второе краевое условие и сокращая его на c_{20}, мы получим функцию $f(\lambda)$, нулями которой будут приближенные собственные значения рассматриваемой задачи:

$f(\lambda)=c_{1N}Ai_N(b)+c_{2N}Bi_N(b)=0.$

Литература

1. Абзалимов Р.Р. Методика отыскания собственных значений и собственных функций регулярной задачи Штурма-Лиувилля//Вестн. БашГУ, 1999, Т.2, №2, С. 20-22.

О решении нелинейных уравнений с квадратичным оператором

Шахиди Фаррух Акрамович

Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова

В данной работе изучается общие свойства квадратичных операторов действующих в конечномерном пространстве.

Квадратичный оператор Q: $R_n \to R_n$ называется эллиптическим, если квадратичная форма f(Q(x)) положительно определена для некоторого линейного функционала f: $R_n \to R_n$

В работе рассматривается уравнение вида

$Q(x)+Ax+b=0$ (*)

где Q: $R_n \to R_n$ эллиптический оператор, A: $R_n \to R_n$ линейный оператор и $b \in R_n$.

Приведены необходимые условия существования решений уравнения (*) и это является основным результатом.

Монотонность спектрального радиуса неотрицательных матриц

К.В. Шевелевич

Белорусский государственный университет, Республика Беларусь

E-mail kri_shevelevich@mail.ru

Пусть неотрицательные матрицы A и B связаны соотношением

$0 \le A \le B$. (1)

Известно (см., например, [2]), что из этого соотношения следует $\rho(A) \le (B)$. Если матрицы неразложимы и $A \ne B$, то из (1) следует и $\rho(A) < \rho(B)$,для произвольных неотрицательных матриц это не всегда верно. Полученные в работе [1] результаты об оценках спектрального радиуса неотрицательных матриц позволяют сформулировать утверждения о строгой монотонности спектрального радиуса в общем случае.

В [1] доказана следующая теорема о строгих оценках сверху спектрального радиуса неотрицательных матриц: *для произвольной матрицы $A \ge 0$ и некоторого вектора $u \ge 0$ из неравенства $Au \le \lambda u$ следует оценка $\rho(A) < \lambda$ тогда и только тогда, когда $A_j u_j \ne \lambda u_j$ для всех изолированных блоков j.*

Одновременной перестановкой строк и столбцов (переименованием координат) приведем матрицу A к каноническому виду A*, и соответственно перестроим матрицу B в B^{*A} (при этом матрица B необязательно приведена к своему каноническому виду). Пусть u – собственный вектор матрицы $B^{*A,}$ отвечающий $\rho(B^{*A})=\rho(B)$,тогда $B^{*A}u=\rho(B)u$ и в силу (1) $A^*u \le \rho(B)u$. Тогда имеет место следующая теорема:

Теорема 1. Пусть u – собственный вектор матрицы B^{*A}, отвечающий спектральному радиусу $\rho(B)$. Тогда из $0 \le A \le B$ следует $\rho(A) < \rho(B)$, если $A_j^* u_j \ne \rho(B) u_j$ для всех изолированных блоков j канонической формы матрицы A.

Аналогичное утверждение можно получить, используя собственный вектор матрицы A, отвечающий $\rho(A)$. В этом случае нам понадобятся строгие оценки спектрального радиуса снизу. В работе [1] было установлено, что *для произвольной матрицы $A \ge 0$, и некоторого вектора $v \ge 0$ из не-*

равенства $Av\geq\mu v$ следует оценка $\rho(A)>\mu$ тогда и только тогда, когда существует v-изолированный блок j такой, что $A_jv_j\neq\mu v_j$. Здесь блок j в канонической форме матрицы A называется v-изолированным, если $A_{jk}v_k=0$ для всех $k<j$.

Аналогично приведем матрицу B к каноническому виду B*, а матрицу A — к соответствующему виду A^{*B}. Тогда имеет место следующая теорема:

Теорема 2. Пусть v — собственный вектор матрицы A^{*B}, отвечающий $\rho(A)$. Тогда из $0\leq A\leq B$. следует $\rho(A)<\rho(B)$, если существует v-изолированный блок j канонической формы матрицы B такой, что $B_j^*v_j\neq\rho(A)v_j$.

Литература

1. Забрейко П.П., Шевелевич К.В. «Оценки спектрального радиуса неотрицательных, необязательно неразложимых, матриц» // Весці НАН Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук, 2005, № 1, с. 11-15.

2. Красносельский М.А., Лифшиц Е.А., Соболев А.В. Позитивные линейные системы. М., 1985, с. 256.

Об одной неклассической модели

В.В. Шеметова

Магнитогорский государственный университет, Россия

Пусть G=G(V;E) — конечный связный ориентированный граф, где $V=\{V_j\}$ — множество вершин, а $E=\{E_j\}$ — множество дуг, причем каждая дуга имеет длину $l_j>0$ и ширину $d_j>0$. На графе G рассмотрим задачу с краевыми

$$u_j(0,t)=u_k(l_k,t), E_j, E_k\in E^{\alpha}(V_i)\cup E^{\omega}(V_i), \tag{0.1}$$

$$\sum_{E_j^{\alpha}(V_i)} d_j u_{jx}(0,t)-\sum_{E_k^{\omega}(V_i)} d_k u_{kx}(l_k,t)=0, \tag{0.2}$$

и начальными

$$u_j(x,0)=u_{0j}(x), x\in(0,l_j) \tag{0.3}$$

условиями для уравнений

$$u_{jt}-\chi u_{jxxt}=\nu u_{jxx}-u_j u_{jx}. \tag{0.4}$$

Здесь через $E^{\alpha(w)}(V_i)$ обозначено множество дуг с началом (концом) в вершине V_i. Условие (0.1) требует, чтобы решения были непрерывными на вершинах графа, а условие (0.2) — аналог условия Кирхгоффа — в случае, когда граф G состоит из единственной дуги, превращается в условие Неймана.

Задача моделирует течение вязкоупругой несжимаемой жидкости по трубопроводам. Доказана

Теорема. (*i*) *При любых фазовым пространством задачи (0.1)-(0.4) является объединение двух простых банаховых C^∞-многообразий, моделируемых пространством U^1.*

(ii) При любых

$$\chi \in \{\lambda_k^{-1}\}, \nu \in R \setminus \{0\}$$

фазовым пространством задачи (0.1)-(0.4) является пространство U.

Литература

1. Осколков А.П., Котсиолис А.А., Щадиев Р.Д. "Нелокальные задачи для одного класса нелинейных диссипативных уравнений типа С.Л. Соболева" // Зап. науч. семинаров ЛОМИ, 1992, Т. 199, С. 91-113.

2. Свиридюк Г.А. "Уравнения Соболевского типа на графах" // Некласс. уравн. матем. физики. Новосибирск: ИМ СО РАН, 2002, С. 221-225.

Пуассоновы структуры на расслоениях Вейля

В.В. Шурыгин

Казанский государственный университет, Россия

Пусть (M,w) — пуассоново многообразие. Полный лифт w^C пуассоновой структуры w с многообразия M на его касательное расслоение TM изучался многими авторами, см., например, [1]. Хорошо известно, что касательное расслоение является частным случаем более общей конструкции расслоения Вейля T^AM для алгебры Вейля A (см. [2]). В настоящей работе мы строим полные лифты ковариантных и контравариантных тензорных полей с многообразия M на его расслоение Вейля T^AM в случае фробениусовой алгебры Вейля A. Затем мы изучаем свойства полного лифта w_A^C пуассоновой структуры w, в частности, находим общий вид полного лифта в зависимости от выбора фробениусова ковектора на алгебре A. Наконец, для подкласса симметричных фробениусовых алгебр Вейля мы вычисляем модулярный класс пуассонова многообразия (T^AM, w_A^C) (см. [3]).

Литература

1. Mitric G., Vaisman I. "Poisson structures on tangent bundles"// Diff. Geom. and Appl., V. 18, 2003, p. 207-228.

2. Kolar I., Michor P.W., Slovak J. Natural Operations in Differential Geometry.

Springer, 1993, 434 pp.

3. Weinstein A. "The modular automorphism group of a Poisson manifold"//

J. Geom. Phys., V. 23, 1997, p. 379-394.

Аналитические методы в бифуркационном сценарии Фейгенбаума

Д.Е. Яковлев
Томский политехнический университет имени С.М. Кирова

В представляемом докладе будут освящены следующие результаты автора:

1. для отображения $x_{n+1}=r-x_n^2$ детальное решение следующей задачи: определить все точки бифуркационной диаграммы удвоения в которых достигается заданное значение показателя Ляпунова; в частности решен вопрос об аналитическом определении точек бифуркации удвоения и найдено аналитическое выражение для критического значения параметра r в котором происходит переход к хаосу

2. построено отображение для которого последовательность $(r_{k+1}-r_k)/(r_{k+2}-r_{k+1})$ являет собой всюду плотное в $(0,\infty)$ множество (в классическом сценарии эта последовательность сходится к второй универсальной постоянной [1]).

Литература

1. М. Фейгенбаум. «Универсальность в поведении нелинейных систем» // УФН, 1983, т. 141, вып. 2, С. 343-374.

ПОДСЕКЦИЯ «МЕХАНИКА»

Напряженно-деформированное состояние теплоизолированной составной трубы

К.С. Агарков
Тульский государственный университет

Для конструкционного элемента, состоящего из двух труб, жестко насаженных одна на другую, из которых внешняя изготовлена из жаропрочного материала, определены внутренние напряжения. Труба находится в вертикальном положении, верхний конец закреплён, а к нижнему приложена равномерно распределённая нагрузка. Температурно-тепловые воздействия определяются двумя факторами: внутренним давлением и внешним осесимметричным температурным полем.

Расчёт проводился численно – аналитическим методом с использованием программы ANSYS.

В качестве тестовой задачи рассмотрено решение задачи Lame с помощью программы ANSYS.

Результаты сравнивались с известным классическим решением [1] и растяжением теплоизолированного стержня [2].

Литература

[1] Новацкий В.Теория упругости М.: Мир, 1975.

[2] Победря Б.Е. О связанных задачах механики сплошной среды / Упругость и неупругость. Вып.2 М.: Изд. МГУ, 1971 с.224-253.

Точечные группы кристаллов в векторном пространстве

С.Л. Гей

Учреждение образования «Гродненский государственный университет имени Янки Купалы»,
физико-технический факультет, кафедра общей физики

Основная задача рентгеноструктурного анализа: по дифракционным данным «восстановить кристаллическую структуру» — решается в настоящее время или непосредственно (статистическим отысканием фаз или знаков структурных амплитуд) или путем расчета межатомных векторов. Первые подходы объединяются под названием прямых методов, вторые известны как патерсоновские, по имени Л.Патерсона, предложившего функцию межатомных векторов, распределенных в векторном пространстве [1].

Для полного воспроизведения структуры кристалла методами фурье-анализа части данных не хватает, однако известны квадраты структурных амплитуд $|F_{hkl}|^2$. Патерсон применил известную в теории рядов Фурье функцию «свертки» или «конволюции», и таким способом вывел в виде ряда Фурье функцию, зависящую только от $|F_{hkl}|^2$, которая теперь всем известна под названием функции Патерсона.

Целью работы является исследование зависимости между пространством кристалла и векторным пространством. В основе анализа заложена предпосылка, что свойства функции не зависят от конкретной структуры, а определяются только ее симметрией[2]. Учёт этих условий определяет новый подход к функции Патерсона, как системе точек с определенной симметрией их расположения.

Весь процесс расшифровки структуры можно разделить на две стадии. На первой отыскиваются ключевые патерсоновские пики, по которым определяются фазы рефлексов в первом приближении. На второй стадии устанавливаются знаки других амплитуд или идентифицируются. Циклы повторяются, пока приближения n и (n+1) не окажутся равными. Далее можно использовать «метод проб и ошибок».

В работе показаны основные соотношения между структурой кристалла и его патерсоновской функцией и обсуждается принципиальная возможность построения алгоритма перехода от распределения межатомных векторов к структуре кристалла. Это означает, что функцию Патерсона, соответствующую структуре из дискретных атомов, можно расшифровать. Тот факт, что из дифракционных данных всегда можно вычислить патерсоновскую функцию, которая может быть расшифрована, означает, что кристаллическая структура в принципе может быть определена по дифракционным данным [3].

Каждый метод определения кристаллических структур без знания фаз всегда имеет пределы применимости. Если уровень фона функции Патерсона приближается к высотам пиков функции, то сама функция приближается к границе неразрешимости. С таким положением приходится считаться при увеличении числа атомов в элементарной ячейке.

В дальнейшем планируется рассмотреть теорию и метод расчета среднего значения электронной плотности (среднее значение функции Патерсона).

Литература

1. Бургер М. Структура кристаллов и векторное пространство. — М.: ИИЛ, 1961. — с.384.

2. Белов Н.В., Илюхин В.В., Калинин В.Р., Невский Н.Н. Расшифровка структур соединений с неизвестной формулой. — М.: Наука, 1982. — с.144.

3. Лиопо В.А. Матричная кристаллография. Гродно, 1998. — с.78.

Задача о круговом сдвиге несжимаемого полого цилиндра

Д. Л. Гусев

Тульский государственный университет, г. Тула

Рассматривается плоская деформация кругового сдвига полого цилиндра. Внутренняя поверхность цилиндра жестко закреплена, а внешняя может поворачиваться на некоторый угол, при этом толщина цилиндра остается неизменной. Радиальные перемещения внутренних цилиндрических поверхностей отсутствуют. Рассматривается однородный, изотропный, несжимаемый материал неогуковского типа. Деформации кругового сдвига возникают в результате вращения внутренних поверхностей цилиндра относительно его оси. Задача решается в рамках нелинейной теории упругости. Вводится параметр сдвига (величина сдвиговой деформации), являющийся функцией радиальной переменной. Показано, что напряженно-деформированное состояние цилиндра зависит только от параметра сдвига. Радиальное распределение величины сдвиговой деформации определяется из нелинейного алгебраического уравнения, полученного из определяющих соотношений. Исследуется зависимость касательного (сдвигового напряжения) от сдвиговой деформации (параметра сдвига) и зависимость безразмерного вращающего момента от угла поворота внешней поверхности цилиндра. Найдено значение параметра сдвига, при котором касательное напряжение теряет монотонность, что приводит к потере монотонности в зависимости вращающего момента от угла поворота.

Решение граничных задач нелинейной теории упругости для плоского деформированного состояния в модели Синьорини.

А.А. Демидова
Московская Государственная Академия Приборостроения и Информатики.

В работе рассмотрено решение плоских граничных задач нелинейной теории упругости в приближениях Синьорини [1],то есть в предположении что закон Гука имеет форму как и в классической теории упругости, но компоненты тензора деформаций вычисляются по искомому полю перемещений как компоненты тензора деформаций Альманси. Проводится комплексификация [2] полученных уравнений равновесия четвёртого порядка нелинейности для модели Синьорини, и с помощью специального разложения комплексифицированных полей перемещений по системам голоморфных функций исходные уравнения сводятся к бесконечной системе зацепляющихся уравнений относительно искомых голоморфных функций. Исследование рассматриваемых уравнений приводит к построению итерационного процесса, позволяющего построить искомое поле перемещений в зависимости от двух задаваемых голоморфных функций.

Предложенный метод позволяет из полученного многообразия решений выделять обеспечивающее удовлетворение краевой задачи, то есть две голоморфные функции, определяющие решение задачи, ищутся итерационным методом,основанным на минимизации среднеквадратичного отклонения решения от заданных граничных условий. (Минимизация осуществлялась различными численными методами, например, такими как метод координатного спуска и метод градиентного спуска.)

В работе рассмотрены результаты численных экспериментов по построению полей механических характеристик для простых граничных задач, в случае упругого и гиперупругого тела Синьорини. Произведено сравнение результов расчетов для упругого и гиперупругого тела Синьорини, в случае задания одинаковых граничных условий, а так же оценка точности удовлетворения уравнений при задании тех или иных краевых условий.

Полученные результаты в дальнейшем планируется обобщить на случай трёхмерной области с использованием теории функций двух комплексных переменных и на задачи с геометрически сложными областями.

Литература

1. Лурье А.И. Нелинейная теория упругости. М.:Наука,1980
2. Шабат Б.В. Введение в комплексный анализ Т.1.М.:Наука,1976

Влияние запаздывания на движение релятивистской материальной частицы в кулоновском поле

А.В. Захаров
Уральский Государственный Университет им. А.М. Горького

Математические модели взаимодействующих частиц, описываемые дифференциальными уравнениями с запаздыванием,.изучались в работах [1–4].В данной работе рассматривается математическая модель движения частицы около неподвижного центра, описываемая дифференциальным уравнением с запаздыванием $d\boldsymbol{p}/dt=\boldsymbol{F}(\boldsymbol{r}_\tau)$ в котором в неподвижной системе отсчета в момент времени положение движущейся частицы определяется двумерным вектором $\boldsymbol{r}(t)$ релятивистский импульс частицы

$$\boldsymbol{p}(t) = m\boldsymbol{v}(t) / \sqrt{1 - v^2(t)/c^2} \quad t \in \Re$$

и кулоновская сила с учетом эффекта запаздывания $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{r}_\tau)=\mu\boldsymbol{r}_\tau/r_\tau^3$. Здесь m – масса движущейся частицы, $\mu=-ee'$, e – ее заряд, e' – заряд неподвижного центра, $\boldsymbol{v}(t)=d\boldsymbol{r}(t)/dt$ – мгновенная скорость, $\boldsymbol{r}_\tau=r(t-\delta r(t)/c)$, c – скорость света, $\delta>0$, $r(t)$ – модуль вектора $\boldsymbol{r}(t)$, $t\in\Re$.

Получены следующие результаты: 1) найдены круговые движения и доказано, что они являются неустойчивыми; 2) установлено отсутствие периодических движений частицы,которые при $\delta=0$ обращаются в периодические движения порождающей системы $d\boldsymbol{p}/dt=\boldsymbol{F}(\boldsymbol{r})$. Проведены численные исследования, подтверждающие теоретические результаты.

Литература

1. Driver R.D. «A «Backwards» two–body problem of classical relativistic electrodynamics» // Phys. Rev., 1969, V. 178, N. 5, pp. 2051–2057.
2. Casal A. «On a two–body problem of classical relativistic electrodynamics» // Rev. mat. hisp.–amer., 1980, V. 40, N. 1–2, pp. 17–24.
3. Bogdan V.M. «Existence of solutions to differential equations of relativistic mechanics involving lorentzian time delays» // J. Math. Anal. and Appl., 1986, V. 118, N. 2, pp. 561–573.
4. Зубов Н.В. Аналитическая динамика системы тел. Л., 1983, с.344.

Устойчивое и неустойчивое инвариантные многообразия уравнения Осколкова нелинейной фильтрации

О.Г. Китаева
Магнитогорский государственный университет, Россия

Неклассическое уравнение

$$(1+\chi\Delta)u_t = \nu\Delta u - |u|^{p-2}u, \quad p \ge 2 \tag{1}$$

описывает динамику давления несжимаемой вязкоупругой жидкости, фильтрующейся в пористой среде [1]. Параметры χ,ν характеризуют упругие и вязкие свойства жидкости соответственно. В [2] показано, что фазовым пространством задачи Коши-Дирихле для уравнения (1) служит простое банахово C^1−многообразие.

Уравнение (1) удобно рассматривать в рамках абстрактного уравнения

$$L\dot{u} = Mu + N(u), \tag{2}$$

где операторы $L, M \in \mathcal{L}(U;F)$,

а оператор $N \in C^{\infty}(U;F),\ N(0)=0,\quad N'_0 = \mathrm{O}$

и F − банаховы пространства. К уравнению (2) можно применить методы теории относительно σ-ограниченных операторов и вырожденных аналитических групп [3] и получить следующий результат.

Теорема. *При любых* $\chi \in \mathbb{R}_-$, $\nu \in \mathbb{R}_+$ *и* $n \geq 3$ *существует конечномерное устойчивое и бесконечномерное неустойчивое многообразия уравнения (1).*

Литература

1. Осколков А.П. «Нелокальные проблемы для одного класса нелинейных операторных уравнений” // Зап.науч.семинара ЛОМИ,1991, Т.198, С.31 -38.

2. Свиридюк Г.А. Манакова Н.А. «Фазовое пространство задачи Коши-Дирихле для уравнения Осколкова нелинейной фильтрации” // Изв. ВУЗ. Матем., 2003, N9, С.36 -41.

3. Sviridyuk G.A., Fedorov V.E. Sobolev type equations and degenerate semigroups of operators. Utrecht-Boston: VSP, 2003.

К доказательству теоремы Рауса для голономных и неголономных механических систем.

И. А. Красинская

Национальный Университет Узбекистана.

E-mail: krasinsk@tps.uz

Обсуждение результатов [1,2,3], полученных по стабилизации стационарных движений систем с циклическими координатами, показало необходимость анализа и уточнения доказательства теоремы Рауса об устойчивости стационарных движений. При решении вопроса об устойчивости для всяких возмущений обычно [4,5] используется дополнение Ляпунова. Но, как отмечает П. Хагедорн [6], «возможны случаи, когда стационарное движение является изолированным решением и тогда не существует ни одного соседнего стационарного движения. Однако, если сами соседние стационарные движения существуют, то устойчивость строго не доказана». Таким образом, дополнение Ляпунова лишь частично снимает ограничения Рауса о невозмущаемости циклических интегралов.

Если функцию Ляпунова выбирать в виде R_2-R_0 – обобщенного интеграла энергии, то разложение функции содержит линейные по возмущениям циклических импульсов члены [1], что говорит об отсутствии минимума.

Получены достаточные условия устойчивости методом Четаева связки интегралов, причем к обобщенному интегралу энергии добавлены циклические интегралы [2] . При этом этих условий больше, чем условий Рауса на число циклических координат.

Здесь, как и в [3], в функцию Ляпунова добавляются также квадраты циклических интегралов. Анализ условий устойчивости, полученных таким путем, показывает, что с помощью выбора множителей можно удовлетворить дополнительным условиям устойчивости. Другое доказательство теоремы Рауса дано Г.К.Пожарицким [7] ,но в [7] используется функция Гамильтона H и линейные члены имеют другой вид.

Для неголономных систем Чаплыгина в случае циклических координат по определению М.Ф.Шульгина получены аналогичные достаточные условия устойчивости (для всяких возмущений).

Для систем, описываемых уравнениями Воронца, функция Рауса зависит от координат, скорости которых приняты за зависимые. В этом случае будет условная устойчивость из-за неголономных связей. Полученные результаты для неголономных систем отличаются от работы Семеновой Л. Н. [5] где используется интеграл типа Якоби другого вида и его разложение также может начинаться с линейных членов. Поэтому установленная Семеновой Л.Н.теорема справедлива лишь при некоторых условиях [5].

Литература

1. Красинская Э.М., Юлдашева И.А.«К методу функций Ляпунова в задачах стабилизации» // Труды межд. конф. «Спектральная теор. дифф. опер. и родств. пробл.»Уфа,2003,т.II,С.160-165.

2. Красинская И.А.(Юлдашева И.А.) «О методе функций Ляпунова в зад. устойчивости истаб. систем с цикл. координатами»//VIII Межд. сем. “Уст. и колеб. нелин. систем упр.”Москва, 2004,тез. докл.С. 93-95.

3. Красинская И.А.«К прямому методу Ляпунова в зад.устойчивости и стабилизации механ. систем с цикл. координатами»//Пятый межд. симп. по класс. и небес. мех. Великие Луки – Москва, 2004,тез. докл. С. 119-120.

4. Румянцев В.В.Об устойчивости стационарных движений спутников.М. ВЦСССР, 1967.с. 141.

5. Карапетян А.В., Румянцев В.В.«Устойчивость консервативных и диссипативных систем»// Итоги науки и техники, общ. мех., т.6,М.1983.С.3-130.

6. Хагедорн П.«Обращение теорем устойчивости Лагранжа-Дирихле и Рауса» //Механика. Период. сб. перев. ин. статей, 1972, № 5, С.3 -36.

7. Пожарицкий Г.К.«О построении функции Ляпунова из интегралов уравнений возмущенного движения»// ПММ т.XXII,1958,№2,С.145-154.

Разлет сжатой стратифицированной двухфазной среды насыпной плотности

И.В. Леонтьев
Новосибирский Государственный Технический Университет

Ослабление воздействия ударной волны (УВ), формирующейся при внезапном разрыве сосуда высокого давления, является важной практической задачей. Ранее в [1] была экспериментально и теоретически исследована задача о распаде разрыва в газопылевой системе, расположенной в вертикальной ударной трубе, в которой моделируется данное явление. Одна из особенностей течения в камере низкого давления при наличии слоя частиц на мембране заключается в возникновении и распространении волны сжатия (ВС) вслед за фронтом УВ. При этом регистрируемая амплитуда УВ значительно меньше, чем при разлете объема чистого газа того же начального давления. В [1] данное явление было описано в рамках математической модели газовзвеси с различными скоростями и температурами и с общим для смеси давлением, равным давлению газа. Однако в проведенных численных расчетах объемная концентрация частиц в слое имела значение, характерное для разреженных газовзвесей (порядка 10^{-3}), что сильно отличается от реальных величин.

В настоящей работе данная задача изучается в рамках модели двух сжимаемых изотермических сред с одинаковыми давлениями и скоростями компонентов [2]. Полученные результаты позволяют судить о том, что в целом, предложенная модель качественно описывает имеющиеся экспериментальные данные: в расчетах наблюдается волновая структура с образованием ВС, догоняющей фронт первичной УВ. Также, в определенной степени, модель описывает и основные количественные характеристики: имеется согласие с данными [1] по давлению за фронтом УВ для песка, а в случае частиц плексигласа − и по давлению за ВС. При этом использованные в численных расчетах значения объемной концентрации частиц в слое близки к реальным значениям. Для частиц плексигласа рассмотренная модель дает лучшее согласие с экспериментом, чем для песка.

Литература

1. Гельфанд Б.Е. Казаков Ю.В., Медведев С.П., Поленов А.Н., Федоров А.В., Фомин В.М. *Разлет сжатой стратифицированной газопылевой системы.* Численные методы решения задач фильтрации многофазной несжимаемой жидкости. ИТПМ СО АН СССР, Новосибирск, 1987, С. 88-98.

2. Федоров А.В. *Математическое описание течений смеси конденсированных материалов при высоких давлениях* // Физическая газодинамика реагирующих сред. Новосибирск: Наука, Сиб.отд-ние., 1990, С. 119-128.

Оценка долговечности конструкций по принципу безопасной повреждаемости

А.В. Литвиненко
«МАТИ» – Российский государственный технологический университет им. К.Э.Циолковского

Целью работы является разработка методов прогнозирования кинетики усталостных повреждений при регулярном и случайном нагружениях, а также экспериментальных методов оценки циклической трещинностойкости сплава Д16. Объектом исследования были выбраны элементы конструкции средней части крыла пассажирского самолета ТУ-134. На выходе был разработан алгоритм пециклового расчета длины усталостной трещины при случайном нагружении, составлена программа расчета параметров процесса роста трещины и смоделирован этот процесс в нижней панели крыла пассажирского самолета для определения длительности роста усталостной трещины. Рассматривались две нелинейные модели описания роста усталостной трещины при случайном нагружении: нелинейная модель Мацуока и модифициорованная нелинейная модель В.С.Стреляева. Для определения коэффициента замедления в этом случае используется нелинейное соотношение:

$$u_D = \begin{cases} 1-\left(1-u_{D\min}\right)\exp\left[\lambda\left(1-\dfrac{\Delta l_{\min}}{l-l_0}\right)\right], & 0<(l-l_0)<\Delta l_{\min}\ ; \\ 1-\left(1-u_{D\min}\right)\exp\left[\lambda\left(\dfrac{\Delta l_D-\Delta l_{\min}}{l-l_0}\right)\right], & \Delta l_{\min}<(l-l_0)<\Delta l_D\ ; \\ 1, & (l-l_0)>\Delta l_D \end{cases}$$

в котором

$$u_{D\min} = 1-\frac{Q}{2}\left(1-\frac{\Delta l_{\min}}{\Delta l_D}\right)$$

– минимальное значение коэффициента замедления; λ – параметр модели, который определяется экспериментально. Приращение длины трещины Δl_{min} рассчитывается на основе предположения о доминирующем влиянии фактора притупления вершины трещины на стадии ее роста от точки приложения перегрузки до точки минимального замедления

$$\Delta l_{\min} = \frac{\gamma\,\sigma_{0,2}}{E} r_p$$

где r_p – размер зоны пластической деформации, образованной действием перегрузочного цикла. Таким образом, 1) предлагаемая модель приводит к удовлетворительной сходимости результатов расчета и эксперимента; 2) вычисление длительности развития трещин усталости по линейной модели Мацуоки приводит к заниженной оценке периода живучести.

О физическом смысле потенциальных течений

Никонов В.В.
Самарский государственный аэрокосмический университет
E-mail v_nikonov@mail.ru

Известно [1], что движение невязкой несжимаемой жидкости описывается уравнением неразрывности и уравнениями Эйлера которые получаются из уравнений Навье - Стокса при стремлении коэффициента безразмерной кинематической вязкости к нулю или числа Рейнольдса к бесконечности. С другой стороны для потенциальных течений вектор скорости представляется в виде градиента некоторой скалярной функции (потенциала), которая удовлетворяет уравнению Лапласа. Действительно уравнение Лапласа для потенциала получается при подстановке выражения для поля скорости в уравнение неразрывности [1].

Потенциальные течения принято относить к невязкой несжимаемой жидкости. Однако при подстановке выражения для поля скорости в уравнения Эйлера видно, что они тождественно не удовлетворяются. Производя преобразования, аналогичные выполненным Прандтлем [1], можно показать, что для потенциальных течений обнуляются члены со вторыми производными в уравнениях Навье-Стокса. Однако этих членов и так уже нет в модели невязкой жидкости. Показано, что удовлетворение равенства нулю вязких членов, при отличном от нуля коэффициенте вязкости, соответствует модели бесконечно-вязкой жидкости. В результате сделан вывод о том, что потенциальные течения описывают движение бесконечно-вязкой жидкости, когда силы вязкости преобладают над силами инерции и сжимаемости. Данное утверждение хорошо подтверждается экспериментальными данными. В частности при обтекании кругового цилиндра при очень малых числах Рейнольдса линии тока потенциального течения и их экспериментальная визуализация практически совпадают. В то же время с ростом числа Рейнольдса возникают отрывные явления, которые сложно воспроизводятся в теории потенциальных течений. Формулы для распределения скорости между коаксиально вращающимися цилиндрами [1] были получены, как теперь становится ясно, для случая бесконечно-вязкой жидкости. Действительно, если бы жидкость была невязкой, то касательная скорость от стенки вращающегося цилиндра не передавалась бы покоящейся жидкости. Известно [2], что потенциальная теория завышает эффект Магнуса при обтекании набегающим потоком вращающегося цилиндра. Теперь понятно, почему с увеличением числа Рейнольдса данный эффект гораздо меньше предсказываемого потенциальной теорией. Проведенный анализ позволяет объяснить также проблему, возникающую в вихревых методах, при определении давления из интеграла Коши-Лагранжа или уравнений Эйлера. Известно, что в случае измельчения сетки решение для давления начинает плохо сходиться с экспериментом [3]. Это происходит потому, что в общем случае полученное потенциальное поле не удовлетворяет уравнениям Эйлера для невязкой жидкости, и подстановка в последнее полученного потенциального поля скорости приводит к тому, что давление начинает играть роль невязки решения.

Литература

1. Шлихтинг Г., Теория пограничного слоя, пер. с нем. Г.А. Вольперта, под. ред. Лойцянского Л.Г., М.: Наука, 1974, 712 с.

2. Белоцерковский С.М., Котовский В.Н., Ништ М.И., Федоров Р.М., Математическое моделирование плоскопараллельного отрывного обтекания тел. М.: Наука, 1988, 232 с.

3. Никонов В.В., Шахов В.Г., Исследование моделирования двумерного вихревого нестационарного течения в многосвязной области, ИВУЗ "Авиационная техника", Казань, 2002, № 1, с. 24-26.

Математическое моделирование рабочего и станочного зацепления цевочной передачи

А.Е. Полуэктов

Тульский государственный университет. Российская Федерация

Передачи зацеплением – важная и неотъемлемая составляющая машин и механизмов. Особое место в передачах зацеплением занимают неэвольвентные передачи с циклоидальными профилями.

Зубчатый профиль звездочки содержит особые точки (точки возврата), однако в литературе внешнее цевочное зацепление (ЦЗ) описано самыми общими математическими зависимостями. Определение таких величин, как начальный параметр активной части профиля, коэффициент высота зуба и др. показано в упрощенном виде, не позволяющем наметить пути управления кинематическими характеристиками передачи. Еще одной особенностью ЦП являются малые профильные углы – 2-3° у звездочек, зацепляемых с цевочными колесами больших диаметров. Анализ показал, что инструменты для нарезания таких звездочек, спроектированные по известным зависимостям, не в состоянии обеспечить стабильно высокого качества ЦП ввиду своей низкой стойкости.

Дополнительные сложности вызывает проектирование и производство крупных цевочных передач, которые зачастую являются уникальными. Теоретически необходимо иметь соответствующую номенклатуру уникальных режущих инструментов. Появляется совершенно новая задача обеспечения качества ЦП при минимальном количестве инструментов. В этих условиях стоимость ошибки возрастает многократно по сравнению с проектированием эвольвентных передач.

Решение задачи состоит том, что взаимосвязь параметров инструмента с кинематическими, точностными и эксплуатационными параметрами передачи, а также сервисное обслуживание должны быть учтены и смоделированы еще до изготовления передачи. Указанный подход позволил выявить ряд интересных особенностей ЦП.

Установлено, что если радиус начальной окружности звездочки в станочном зацеплении равен радиусу начальной окружности звездочки в передаче, то червячный инструмент будет неработоспособен из-за отрицательных задних углов. Величина начальной окружности в станочном зацеплении должна быть больше, чем в рабочем. Ее верхний предел определялся из условия отсутствия срезания головки зуба.

Проанализировано влияние различных вариантов искажения профиля дискового инструмента на кинематические характеристики ЦП.

Исследовано влияние корригирования ЦП путем изменения межосевого расстояния в станочном зацеплении звездочки с дисковым инструментом. Выявлено, что даже незначительное положительное смещение (уменьшение межосевого расстояния) может приводить к заклиниванию передачи. При отрицательном же смещении наблюдается появление участков возврата на профиле зуба звездочки, что может приводить к повышенному износу зубьев в околополюсной зоне.

Для всех случаев определены характеристики передачи в процессе зацепления: скорости скольжения, ударов, углы давления и т. д. Моделирование проводилось с использованием пакета прикладных программ в среде Maple, созданных специально для исследования ЦП и графического редактора AutoCAD, применяемого для улучшения визуализации расчетных результатов.

Актуальность темы, выбранной для исследования, связана с тем, что вопросы взаимосвязи рабочего и станочного зацепления для внешней цевочной передачи в литературе недостаточно освещены. Для проектирования режущего инструмента необходим комплексный учет влияния параметров профиля и параметров установки инструмента на характеристики передачи. Результатом работы являются математические модели, позволяющие инженеру получить рациональные сочетания высоких режущих свойств инструмента с сохранением требуемых характеристик рабочего зацепления. Элементы работы в виде прогрессивных дисковых инструментов и специальной оснастки внедрены в ОАО МосЭнерго.

Аналитическое моделирование формообразования венцов зубчатой муфты

С.Ю. Проходцев

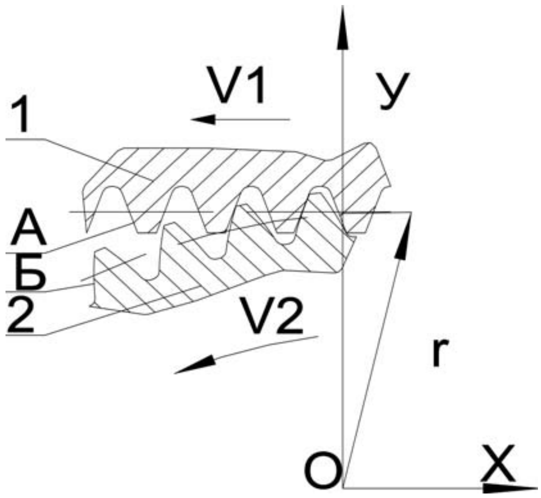
Тульский государственный университет. Российская Федерация

Необходимым условием безотказной работы зубчатой соединительной муфты, является соблюдение точности изготовления и монтажа венцов. Обеспечение точности изготовления венцов затруднено непостоянством формы инструментов, применяемых для формообразования поверхностей этих деталей. К существенному изменению формы инструментов приводит их интенсивное изнашивание в процессе работы и погрешности при переточках.

Для прогнозирования погрешностей разработана математическая модель, включающая подсистемы проектирования, технологической подготовки производства, изготовления и эксплуатации зубчатой муфты. В основу математического описания модели положена теория сопряженных поверхностей деталей, получаемых по методу обкатки [1].

Для проектирования инструментов, которые могут быть не только конструктивно разными, но и в станочном зацеплении с деталью иметь различную кинематику движений, при математическом описании в основу положено задание параметров для инструмента 1 и детали 2 в осевом сечении. Боковые зубчатые поверхности А инструмента и боковые поверхности Б детали, представляющие собой в осевом сечении некоторые кривые, совершают движения V1 и V2. Поверхность Б детали определяется как “след”, оставляемый поверхностью А инструмента при её движении. Закон движения поверхности А описывается уравнением в векторной форме в системе координат XOY, связанной с деталью. При этом поверхность Б детали — неподвижна, а поверхность А совершает движения V1 и -V2 относительно детали. Таким образом, уравнение движения поверхности А имеет вид:

$$\begin{cases} \mathbf{V}1 = \dfrac{d\mathbf{r}}{d\varphi}, \\ \mathbf{V}2 = \dfrac{d\mathbf{M}}{d\varphi}, \end{cases}$$



Осевое сечение инструмента

где $\mathbf{r}$ — радиус-вектор, $\mathbf{M}$ — матрица поворота, φ — параметр поворота вокруг начала координат.

С помощью этих уравнений определяется положение поверхности А при любом φ. Зная эти положения определяется поверхность Б.

Математическая модель задается с помощью прикладного пакета Maple. Разработанная модель позволяет осуществить необходимые параметры зуборезных инструментов с целью получения сопряженных профилей звеньев полумуфт.

Литература

1. Цвис Ю. В. Профилирование режущего обкатного инструмента Москва:1961г.

О приближенном аналитическом решении плоской задачи теории наложения больших деформаций для потенциала Л.А. Толоконникова

Е.В. Рыбалка

Тульский государственный университет

Рассматривается плоская задача об образовании в нелинейно-упругом бесконечно протяженном теле кругового отверстия при конечных деформациях. Учитывается, что образование отверстия вызывает появление в теле дополнительных больших деформаций. Рассматривается также случай, когда к границе отверстия прикладывается давление. Свойства материала тела описываются потенциалом, введенным Л.А.Толоконниковым. Рассматривается случай плоской деформации как сжимаемого, так и несжимаемого материала. Решение строится на основе метода Синьорини с использованием пакета символьных алгебраических вычислений «Mathematica 5.0». Постановка задачи осуществляется на основе теории наложения больших деформаций.

Для решения поставленной задачи был разработан специализированный программный комплекс для аналитических вычислений на ЭВМ «Наложение». Комплекс создан в системе компьютерной алгебры «Mathematica5.0». Эта система, обладая мощным инструментарием, позволяет полуаналитически (в данном случае) решать сложные задачи нелинейной механики. При решении задачи был создан специализированный пакет расширений, позволяющий осуществлять основные операции тензорного анализа над тензорами второго ранга.

Для первых двух приближений решение получено в аналитической форме: параметры напряженно-деформированного состояния представляют собой функции не только от координат, но и от параметров материала и нагружения. Приводятся некоторые результаты расчетов для различных материалов, а также сравнение полученного решения с решением задачи, где свойства материала описываются потенциалом Мурнагана. Анализ полученного аналитического решения позволяет сделать вывод о допустимой нагрузке на бесконечности при решении задачи этим методом.

Моделирование движения потоков жидкости и газа над ступенчатой границей в приближении «мелкой воды»

А.Г. Славин

Московский Физико-Технический Институт (Государственный Университет)

В природе существует большой класс явлений, таких как волны цунами, распространение тяжелых примесей в атмосферах планет и многих других явлениях, в которых скорость движения в направлении поля консервативных сил много меньше скорости движения в остальных направлениях. Рассмотренные явления хорошо описываются моделью движения несжимаемой жидкости со свободной поверхностью в поле силы тяжести – моделью «мелкой воды».

Модель «мелкой воды» хорошо себя зарекомендовала для горизонтальной и наклонной подстилающих поверхностей [1,2], однако, в случае присутствия ступенчатой границы на дне, приближения «мелкой воды» около нее могут не выполняться, поскольку вблизи нее существуют вертикальные ускорения. Для адекватного описания течений в таких случаях, предложена квазидвухслойная модель течения «мелкой воды», позволяющая успешно применять приближения «мелкой воды» в областях вплотную не примыкающих к ступеньке. Поток разбивался на два слоя жидкости: нижний, для которого ступенька является непротекаемой границей и верхнего, для которого отсутствует прямое влияние ступеньки. Такое разбиение позволило свести задачу к решению классических уравнений «мелкой воды» на плоскости.

Предложенная модель реализует все аналитически допустимые конфигурации, а также возможные физически, но не описываемые в аналитическом решении (случаи, когда волна разряжения проходит через ступеньку, либо примыкает к ней слева). В ходе анализа решений, полученных с помощью модели, были выявлены: автомодельность полученных решений, стационарность решения над ступенчатой границей, что позволяет применить стационарность перехода над ступенькой в разработке аналитического решения. Предложенная квазидвухслойная модель особенно важна тем, что позволяет разработать численный метод для расчета течений «мелкой воды» над подстилающей поверхностью любой сложности.

Литература

1. Karelsky K.V, Papkov V.V, Petrosyan A.S. "The initial discontinuity decay problem for shallow water equations on slopes" // Phys. Let. A, 2000, Vol. 271, pp 349-357.

2. Karelsky K.V, Papkov V.V, Petrosyan A.S, Tsygankov D.V. "Particular solutions of shallow water equations over non-flat surface" // Phys. Let. A, 2000, Vol. 271, pp 341-348.

Вычислительные схемы гибридного типа для сеточных уравнений в случае неоднородных сред

С.Н. Стельмах

Белорусский Государственный Университет, Республика Беларусь

В настоящей работе исследуются гибридные методы решения трехточечных сеточных уравнений с разделенными граничными условиями вида:

$$G_0 y_0 + G_1 y_1 = \mu_0, \qquad (1)$$

$$A_i^{(s)} y_{i-1} - C_i^{(s)} y_i + B_i^{(s)} y_{i+1} = -F_i^{(s)}, \text{ при } i \in I^{(s)}{}_{(k;t)}, \qquad (2.s)$$

$G_{N-1}\, y_{N-1} + G_N\, y_N = \mu_N,$ (3)

где $I^{(s)}_{(k;t)}=\{i\,|\,k\le i\le t\}$ — множество индексов $((k,t)=(1,p),(p,q),(q+1,N-1))$, $s=1,2,3$, $A_i^{(s)}, C_i^{(s)}, B_i^{(s)}, G_k, H_k$ — заданные матрицы порядка M, $F_i^{(s)}, \mu_0, \mu_N$ — известные векторы порядка M, причем матрицы коэффициентов существенно отличаются на различных подинтервалах. Подобные задачи часто возникают при математическом моделировании физико-химических процессов в составных(композитных) телах. В случае неоднородных композитных сред свойства коэффициентов на соответствующих подинтервалах могут существенно различаться. Целью работы является описание и исследование вычислительного алгоритма метода, основанного на гибридном соединении алгоритмов методов редукции, матричной прогонки и марш-алгоритма[1,2]. Ведется обоснование метода и устанавливается свойство его универсальности при решении сеточных уравнений с неоднородной структурой ведущих матриц.

Литература

1. Монастырный П.И. «К теории гибридных методов решения сеточных уравнений»// Доклады НАН Беларуси, 2000, Т 44, №1, С.35-38.

2. Самарский А.А., Николаев Е.С. Методы решения сеточных уравнений — М.: Наука, 1978.

Достаточные условия экспоненциальной устойчивости периодического дифференциального уравнения с запаздыванием

Е. В. Ульянов

Уральский государственный университет им. А. М. Горького, Россия

Рассматривается задача экспоненциальной устойчивости решений линейного дифференциального уравнения второго порядка с запаздыванием и периодическими коэффициентами, период которых совпадает с запаздыванием. Ее решение тесно связано с оценкой расположения спектра оператора монодромии [1]. Учитывая специфику постановки задачи, последнею проблему можно свести к оценке расположения собственных чисел краевой задачи для обыкновенного дифференциального уравнения. К сожалению, оно аналитически не интегрируется. Поэтому характеристическое уравнение в явной форме не выписывается. При получении достаточных условий экспоненциальной устойчивости можно рассматриваемую краевую задачу заменить однопараметрическим семейством краевых задач с комплексным параметром [2]. Исходное дифференциальное уравнение с запаздыванием экспоненциально устойчиво, если собственные числа полученной краевой задачи по модулю строго меньше единицы при всех значениях комплексного параметра по модулю не превосходящих единицу. Последнее имеет место, когда периодическое обыкновенное дифференциальное уравнение экспоненциально устойчиво при всех значениях параметра не превосходящих по модулю единицы. Для оценки характеристических показателей последнего уравнения использовался метод функций Ляпунова, который развит для данной задачи в работе [3]. Получены достаточные коэффициентные условия экспоненциальной устойчивости для рассматриваемого периодического дифференциального уравнения с запаздыванием.

Литература

1. Хейл Дж. Теория функционально-дифференциальных уравнений. М.: Мир, 1984. с. 426.

2. Долгий Ю. Ф. Устойчивость периодических дифференциально разностных уравнений. Екатеринбург: УрГУ, 1996. с. 49.

3. Якубович В. А. Старжинский В. М. Линейные дифференциальные уравнения с периодическими коэффициентами. М.: Наука, 1972. с. 125.

Численное моделирование ударно-волнового воздействия на плотный пристенный слой

Федорченко И.А.

Институт теоретической и прикладной механики СО РАН, Россия
E-mail irina@itam.nsc.ru

Изучение проблем ударно-волнового взаимодействия в гетерогенных средах представляется актуальным, поскольку такие среды широко распространены в практических приложениях.

В работе проводится исследование взаимодействия ударной волны (УВ), которая движется вдоль слоя мелких частиц, лежащего на твердой поверхности. Исследованию подъема пыли за проходящими ударными волнами посвящено множество экспериментальных и теоретических работ, но до сих пор нет ясности в описании этого процесса. Например, в [1] выдвинута гипотеза, что причиной подъема пыли является формирование внутри слоя системы волн сжатия и разрежения, которая образуется вследствие искривления и отражения УВ от твердой стенки и границы слоя. В литературе имеются также и другие гипотезы относительно механизма этого явления.

Для моделирования поведения течений газовзвесей используем уравнения равновесной механики гетерогенной среды, когда можно пренебречь взаимодействием между фазами. Эта модель относится к классу так называемых одножидкостных моделей, и смесь газа с частицами представляет собой в данном приближении псевдогаз повышенной плотности, за счет ненулевого значения объемной концентрации дисперсной фазы. Для замыкания системы в работе используется уравнение сохранения объемной концентрации твердой фазы, а для учета турбулентности применяется модифицированная модель турбулентности $k-\omega$.

Выбору численного метода в работе уделялось особое внимание, поскольку при моделировании поведения контактных разрывов необходимо их точное описание, и наряду с этим метод не должен давать нефизичных осцилляций в решении. Было протестировано несколько современных методов расчета, включая схемы TVD и CIP. Верификация математической модели и метода расчета проводилась на основе представленных в литературе экспериментальных данных различных авторов, и было, например, получено хорошее соответствие расчетных и экспериментальных распределений давления на поверхности [2].

Результаты расчетов данной задачи в одномерном приближении позволили проанализировать волновую картину взаимодействия УВ с плотным пристенным слоем и подтвердили выдвинутую в [1] гипотезу о формировании внутри слоя системы волн сжатия и разрежения за проходящей УВ. Также они показали корреляцию между экспериментальными и расчетными данными по времени задержки подъема пыли.

Расчет в рамках двумерного подхода выявил два возможных сценария отражения ударной волны от твердой подложки: регулярный и нерегулярный. Характер отражения зависит от плотности слоя и приводит к существенному изменению качественных и количественных характеристик процесса.

Анализ двумерной волновой картины течения также показал, что основной подъем пыли происходит за счет: (1) образования зоны положительной вертикальной скорости за фронтом искривленной УВ; (2) формирования вихря на передней кромке слоя, что также служит объяснением подъема пыли; (3) третий механизм связан с развитием неустойчивости Кельвина-Гельмгольца на границе чистого газа и смеси, который вступает в действие при больших временах развития процесса.

Литература

1. Борисов А.А., Любимов А.В., Когарко С.М., Козенко В.П. «О неустойчивости поверхности сыпучей среды при скольжении по ней ударных и детонационных волн» // ФГВ 1967. Т. 3, №1. С. 149—151.

2. А.В. Фёдоров, И.А. Федорченко Расчет подъема пыли за скользящей вдоль слоя ударной волной. Верификация модели // ФГВ, 2005. Т. 41, №3.

Численное решение связанной задачи термоупругости при конечных деформациях

Д.В. Христич

Тульский государственный университет, Россия

Исследуется поведение осесимметричной конструкции из анизотропного материала в неоднородном нестационарном температурном поле с учетом взаимного влияния силовых и тепловых воздействий. Постановка связанной задачи термоупругости включает определения мер деформаций и напряжений, уравнение равновесия сплошной среды и уравнение теплопроводности в вариационной форме, соотношения, определяющие связь между напряжениями, конечными деформациями и температурой, эволюционные уравнения, граничные и начальные условия.

Интегрирование системы уравнений поставленной начально-краевой задачи выполняется численными методами конечных элементов и пошагового нагружения. Расчетная область разбивается на треугольные кольцевые симплекс-элементы. В каждом узле неизвестными являются три компоненты вектора перемещений и температура. Поля перемещений и температуры внутри элемента аппроксимируются линейными полиномами относительно цилиндрических координат r, z, что позволяет получить непрерывные поля указанных величин во всей расчетной области.

Разработанная методика численного решения краевой задачи предназначена для моделирования поведения составных осесимметричных конструкций из анизотропных материалов под действием равномерно распределенных внутреннего и внешнего давлений, осевой силы в неоднородном нестационарном поле температуры. Результаты расчетов, выполняемых прикладной программой, с высокой точностью совпадают с известными аналитическими решениями тестовых термомеханических задач для цилиндра конечных размеров. Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ (№ 03-01-00142).

Особенности метода крупных вихрей в магнитогидродинамике сжимаемой жидкости

А.А. Чернышов

Московский Физико-Технический Институт (Государственный Университет)

Институт Космических Исследований РАН

В настоящей работе сформулирован и применен метод крупных вихрей для изучения сжимаемой магнитогидродинамической (МГД) турбулентности. Метод крупных вихрей базируется на двух основных предположениях. Первое состоит в возможности разложения характеристик турбулентного движения на крупномасштабную и мелкомасштабную части[1,2], что связано с достаточной изотропностью, однородностью и универсальностью мелких масштабов турбулентного движения. Второе предположение – в возможности замыкания уравнений крупномасштабного течения с использованием подсеточных моделей. В методе крупных вихрей используется операция фильтрации исходных уравнений, а мелкомасштабное движение и их влияние на крупномасштабное движение моделируется с использованием подсеточных параметризаций. В данной работе получены отфильтрованные уравнения магнитогидродинамики с использованием процедуры средневзвешенной фильтрации (фильтрация по Фавру) для системы уравнений магнитной гидродинамики сжимаемой жидкости. Отфильтрованные по Фавру уравнения сжимаемой магнитогидродинамики содержат слагаемые, описывающие подсеточные явления. Разработаны различные модели замыкания для подсеточных членов, возникающих после фильтрации исходных уравнений сжимаемой МГД.

Литература

1. Carati D., Muller W-C. «Dynamic gradient-diffusion subgrid models for incompressible magnetohydrodynamics turbulence»// Phys.of Plasmas, 2001, V.9, N.3.

2. Martin P., Piomelli U., Candler G. «Subgrid-Scale Models for Compressible Large-Eddy Simulations»// Theoret. Comput. Fluid Dynamics, 2000, V.13, P.361–376.