

## Секция «9. Количественные методы и информационные технологии в финансах и экономике»

**Оценка динамической стохастической модели общего экономического равновесия с монополистической конкуренцией на российских данных**

***Кабаев Вячеслав Николаевич***

*Студент*

*Национальный исследовательский университет - Высшая школа экономики  
Нижегородский филиал, Экономический факультет, Нижний Новгород, Россия*

*E-mail: kabaevslava@mail.ru*

*Научный руководитель*

*старший преподаватель Шульгин Андрей Георгиевич*

Несомненно, формирование качественной макроэкономической политики государства сегодня является наиболее перспективным и динамично развивающимся разделом экономической науки в целом. Однако на пути исследователей до сих пор стоит множество неразрешённых проблем. Эти проблемы отчасти связаны со сравнительной молодостью данного научного раздела, но также они связаны с отсутствием практики полномасштабного применения новаторских подходов. Так, например, большинство центральных банков в мире вплоть до настоящего времени пользуются традиционными макроэкономическими моделями, основанными на сильном агрегировании исторических данных. Это происходит из-за того, что центральные банки либо не имеют качественной статистики для оценки моделей нового типа, либо вообще не могут построить адекватную модель для экономики своей страны.

Между тем, в работе Роберта Лукаса 1976 года доказано, что простые эконометрические модели, завязанные на агрегации макроэкономических показателей, не могут в полной мере предсказывать последствия изменения экономической политики, так как параметры таких моделей не являются структурными, то есть они не безразличны к целям экономической политики и инструментам её достижения. Таким образом, мы можем сделать вывод, что сами параметры моделей должны меняться каждый раз, когда правительство изменяет свою политику, изменяет «правила игры».

Критика Лукаса подтолкнула специалистов в макроэкономике к созданию микроэкономических оснований для разработки макроэкономических моделей. Так создание динамических стохастических моделей общего экономического равновесия являются наиболее влиятельным подходом к анализу макроэкономической ситуации в современных реалиях. Преимущества этого типа моделей не только в микроэкономических основаниях. Они являются динамическими, то есть показывают, как макроэкономические переменные будут эволюционировать со временем. Они также стохастические, с помощью них можно оценить, как повлияет неожиданный шок на экономику, например прорывы в технологиях производства или флуктуации цен на ресурсы.

Итак, DSGE модели - это, пожалуй, наиболее прогрессивный макроэкономический подход в современном мире.

Основная цель данной работы представить предпосылки развития DSGE моделей, а затем более подробно остановиться на одной из простых моделей данного класса для освоения основных техник работы с ними.

В работе будет представлен пошаговый процесс построения DSGE модели с экономическими агентами двух типов: домохозяйства и фирмы, причём последние торгуют на рынке с монополистической конкуренцией из-за дифференциации товара. Будут введены шоки, а именно технологический и шок неэффективности инвестиций, также будет рассмотрена ситуация корреляции данных шоков. Мы обсудим релевантность этих шоков для реальной экономики, как в ситуации их корреляции, так и независимости. Далее мы проведём оценку модели на реальных данных и кратко обсудим эффективность методов её оценки. Наконец, в финальной части работы будут представлены результаты для России, полученные с помощью модели, и их интерпретация.

Модель реального бизнес цикла с монополистической конкуренцией

Итак, как было указано в целях нашей работы, мы введём простой пример динамической стохастической модели общего экономического равновесия для моделирования экономики закрытого типа с двумя агентами, а именно домохозяйствами и фирмами. Причём на рынке установлена монополистическая конкуренция с дифференциацией по товарам. Важно заметить, что данная модель взята с сайта Исуса Фернандеса-Вилаверде.

#### Домохозяйства

Домохозяйства максимизируют свою полезность, выбирая оптимальные уровни потребления,  $c_t$ , и досуга,  $1 - l_t$ , где  $l_t$  это количество отработанных часов, согласно следующей функции полезности:

$$\mathbb{E}_t \sum_{t=0}^{\infty} \beta [\log c_t + \psi \log(1 - l_t)] \quad (1)$$

При условии следующего бюджетного ограничения:

$$c_t + k_{t+1} = w_t l_t + r_t k_t + (1 - \delta)k_t \quad \forall t > 0 \quad (2)$$

Где  $k_t$  запас капитала,  $w_t$  реальная заработная плата,  $r_t$  реальная ставка процента или затраты на капитал и  $\delta$  амортизация.

Уравнение, представленное выше, может рассматриваться как равенство дебета и кредита, с общими затратами в левой части и доходами, включая ликвидационную стоимость запасов капитала, в правой части. Также можно интерпретировать это бюджетное ограничение, как уравнение накопления капитала. Если перенести  $c_t$  в правую часть уравнения и заметить, что  $w_t l_t + r_t k_t$  это общие платежи по факторам производства равные  $y_t$ , или агрегированный выпуск, при условии того, что прибыль равна нулю. В последствие если мы определим инвестиции как  $i_t = y_t - c_t$ , мы получим интуитивный результат, что  $i_t = k_{t+1} - (1 - \delta)k_t$ , то есть инвестиции пополняют запасы капитала, учитывая амортизацию. Таким образом, в любой период времени, потребитель сталкивается с проблемой выбора между потреблением и инвестициями, которые увеличивают потребление в следующих периодах, так как производство зависит уровня используемого капитала.

Здесь необходимо сказать о том, что в нашей рабочей модели формула инвестиций принимает следующий вид:

$$i_t = k_{t+1} e^{a_t} - (1 - \delta)k_t \quad (3)$$

Функция  $a_t$  отражает шок неэффективности инвестиций и развёртывается следующим образом:

$$a_t = \tau a_{t-1} + \nu_t \quad (4)$$

Где  $\tau$  параметр обозначающий устойчивость эффекта инвестиционного шока;  $\nu_t \sim N(0, \sigma)$ .

Нужно заметить, что в дальнейшем в работе шок неэффективности инвестиций мы будем называть инвестиционным шоком.

Вообще говоря, введение шока никак не влияет на равновесные значения параметров модели, так как его математическое ожидание равно нулю.

Максимизация функции потребителя при выборе оптимального потребления в каждом периоде и оптимального распределения между потреблением и досугом приводит к следующим результатам:

$$\frac{1}{c_t} = \beta \mathbb{E}_t \left[ \frac{1}{c_{t+1}} (1 + r_{t+1} - \delta) \right] \quad (5)$$

и

$$\psi \frac{c_t}{1 - l_t} = w_t \quad (6)$$

### Фирмы

Существует два способа задать монополистическую конкуренцию. Мы можем либо предположить, что фирмы продают дифференцированные товары потребителям, причём эластичность замещения товаров друг другом постоянна. Или мы можем представить производственный сектор, как континуум промежуточных производителей с рыночной властью, которые продают дифференцированные товары совершенно-конкурентному финальному производителю, чья производственная функция имеет постоянную эластичность замещения по промежуточным товарам.

Если мы будем следовать второму пути, финальный производитель будет выбирать оптимальный спрос на каждый товар согласно наклонённой вниз кривой спроса Диксита Стиглица. Промежуточные производители, в свою очередь, будут принимать два решения. Первое, сколько следует нанять работников и сколько капитала приобрести, полагая, что эти факторы производства предоставляются по совершенно-конкурентным ценам. Второе, какую цену задать на свой товар.

Итак, производственная функция для нашей модели задаётся следующим образом:

$$y_{it} = k_{it}^\alpha (e_t^z l_{it})^{1-\alpha} \quad (7)$$

Где  $i$  обозначает  $i$ -ую фирму континуума фирм между нулём и единицей;  $\alpha$  показывает эластичность по капиталу и измеряется от нуля до единицы;  $z_t$  функция технологии, которая развёртывается следующим образом:

$$z_t = \rho z_{t-1} + \varepsilon_t \quad (8)$$

Где  $\rho$  параметр обозначающий устойчивость эффекта технологического шока;  $\varepsilon_t(0, \sigma)$ .

Решение представленной проблемы даёт оптимальное отношение капитала и труда или отношение между платежами за факторы:

$$k_{it}r_t = \frac{\alpha}{1-\alpha}w_t l_{it} \quad (9)$$

Решение проблемы назначения цены даёт известное условие постоянной наценки в условиях монополистической конкуренции:

$$p_{it} = \frac{\epsilon}{\epsilon-1}mc_t p_t \quad (10)$$

Где  $p_{it}$  это цена  $i$ -ой фирмы;  $mc_t$  реальные предельные издержки;  $p_t$  средняя цена на рынке.

Дополнительным нашим шагом будет упрощение этого выражения. Так как фирмы в данной модели симметричны, они взимают равные цены, поэтому  $p_{it} = p_t$ . Таким образом, имеем:  $mc_t = \frac{(\epsilon-1)}{\epsilon}$ .

Теперь найдём, чему равны предельные издержки. Чтобы это сделать, мы используем отношение капитала и труда и производственную функцию. Пользуясь тем, что эластичность между факторами постоянна, находим отсюда количество труда или капитала, которое требуется для производства единицы выпуска. Реальные затраты использования этого количества заданы как  $w_t l_t + r_t k_t$ , где мы заменяем платежи другим фактором, ещё раз используя отношение капитала и труда. Затем решая, например, для труда, мы получаем:

$$mc_t = \left(\frac{1}{1-\alpha}\right)^{1-\alpha} \left(\frac{1}{\alpha}\right)^\alpha \frac{1}{A_t} w_t^{1-\alpha} r_t^\alpha \quad (11)$$

Издержки не зависят от  $i$ , то есть они одинаковы для всех фирм.

Комбинируя результаты для предельных издержек с условием оптимальной цены, получаем два наиважнейших уравнения оптимума:

$$w_t = (1-\alpha) \frac{y_{it}}{k_{it}} \frac{\epsilon-1}{\epsilon} \quad (12)$$

и

$$r_t = \alpha \frac{y_{it}}{k_{it}} \frac{\epsilon-1}{\epsilon} \quad (13)$$

### Шоки

В предыдущих разделах были заданы и описаны шоки двух видов, а именно технологический и инвестиционный. В рамках нашей модели будут рассмотрены два возможных варианта взаимодействия этих шоков. Первый вариант реализуется тогда, когда корреляция между шоками равна нулю. В этом случае шоки задаются именно так, как мы их задавали в предыдущих разделах работы. Второй вариант подразумевает корреляцию между шоками. Здесь нам необходимо описать воздействие шоков, как совместный процесс. Итак, такой процесс будет выглядеть следующим образом:

$$\begin{pmatrix} z_t \\ a_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \rho & \tau \\ \tau & \rho \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z_{t-1} \\ a_{t-1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varepsilon_t \\ \nu_t \end{pmatrix} \quad (14)$$

Где  $|\rho + \tau| < 1$  и  $|\rho - \tau| < 1$  ради стационарности процесса и

$$\mathbb{E}(\varepsilon_t) = 0 \quad (15)$$

$$\mathbb{E}(\nu_t) = 0 \quad (16)$$

$$\mathbb{E}(\varepsilon_t \varepsilon_s) = \begin{cases} \sigma_\varepsilon^2 & \text{если } t = s \\ 0 & \text{если } t \neq s \end{cases} \quad (17)$$

$$\mathbb{E}(\nu_t \nu_s) = \begin{cases} \sigma_\nu^2 & \text{если } t = s \\ 0 & \text{если } t \neq s \end{cases} \quad (18)$$

$$\mathbb{E}(\varepsilon_t \nu_s) = \begin{cases} \varphi \sigma_\varepsilon \sigma_\nu & \text{если } t = s \\ 0 & \text{если } t \neq s \end{cases} \quad (19)$$

Далее представлены формулы для шоков в векторной форме.

$$z_t = \rho z_{t-1} + \tau a_{t-1} + \varepsilon_t \quad (20)$$

$$a_t = \tau a_{t-1} + \rho z_{t-1} + \nu_t \quad (21)$$

В общем случае, интуитивно понятно, что технологические и инвестиционные шоки сильно коррелированы, причём данная связь положительна. Однако в данной конкретной работе мы полагаем, что технологический шок коррелирован с показателем эффективности инвестиций и данная связь отрицательна, то есть появление новой прорывной технологии в экономике ведёт к сравнительно большему требуемому уровню инвестиций, чем, если бы технологический уровень в экономике улучшался постепенно. Но для нас остаётся не очевидным, повлияет ли наличие корреляции шоков на равновесные значения параметров модели.

Таким образом, оценивая модель для двух выше описанных случаев, мы собираемся получить функции реакций модели на различные функциональные формы шоков, а также выяснить, насколько сильно предполагаемая корреляция шоков будет влиять на оцениваемые параметры.

### Заключение

Итак, уже сегодня динамические стохастические модели общего экономического равновесия, пожалуй, являются наиболее эффективным методом, используемым для предсказания поведения параметров экономики при прогнозируемых шоках. Также важно отметить, что выявление либо доказательство существования определённых экономических эффектов — это тоже сильная сторона DSGE моделей.

Что касается модели, рассмотренной в данной конкретной работе, её едва ли можно назвать сильным инструментом прогнозирования или выявления экономических эффектов. Однако её сильная сторона это относительная простота структуры. Именно поэтому она была выбрана для нашего обзора. Мы доказали, что DSGE модели могут быть использованы для оценки последствий неожиданных шоков в экономике. Так, например, наша модель всегда выдавала результаты, хорошо согласующиеся с экономической теорией и нашими представлениями. Так же доказана гибкость данного инструмента, ведь мы сами можем менять начальные значения параметров модели по нашему усмотрению.

Важно отметить большие различия результатов при корреляции шоков и без неё. К сожалению, в современной науке корреляция шоков используется крайне редко. Связанно это с отсутствием хорошего инструмента для её оценки. В нашей работе доказано,

что если корреляция между какими-либо шоками существует, она значимо меняет полученные результаты. Таким образом, этот вопрос не должен оставаться без внимания.

### Литература

1. Tommaso Mancini Griffoli, 2007-2008. Dynare User Guide: "An introduction to the solution and estimation of DSGE models".
2. Fabrice Collard, 2001. "Stochastic simulations with Dynare. A Practical guide". Adapted for Dynare 4.1 by Michel Juillard and Sebastien Villemot, 2009.
3. Monetary Policy, Inflation and the Business Cycle: An Introduction to the New Keynesian Framework by Jordi Gali published by Princeton University Press.
4. Smets, Frank, and Raf Wouters (2003): Estimated Dynamic Stochastic General Equilibrium Model of the Euro Area, Journal of the European Economic Association, vol 1, no. 5, 1123-1175.
5. Kydland, F.E. and Prescott, E.C. (1982), "Time to Build and Aggregate Fluctuations," Econometrica, 50, 1345-1371.